РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБЕ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Е.Д. Комолова
Студент
Тульский государственный университет, Тула, Россия
E–mail: EKomolova@mail.ru

Рассматривается задача об упругой полосе в рамках нелинейной теории упругости. На одну из боковых поверхностей действует внешняя нагрузка интенсивностью $\vec{P}$. Для остальной поверхности полосы заданы перемещения ее точек $\vec{U}$. Таким образом, можно определить уравнение поверхности полосы в произвольный момент деформирования. Для нелинейной постановки задачи существенным будет являться задание закона внешнего нагружения («следящее» или «мертвое»). В данном случае варьируются перемещения во внутренних точках тела и на поверхности стержня. При рассмотрении внешних поверхностных сил предполагается, что «мертвая» нагрузка отнесена к начальной площади, а «следящая» – к текущей.

Из условия недеформируемости срединной линии с использованием выражения нормального и касательного векторов через угол поворота поперечного сечения компоненты перемещения точек срединной линии представлены в зависимости от этого угла поворота. Для получения тензоров кинематических характеристик используется гипотеза Кирхгофа–Лява. Кроме того, в полученном на основе принципа возможных перемещений уравнении используется неогуковское уравнение состояния для энергетического тензора напряжений $T = E \cdot \varepsilon$ (Е – модуль упругости, ε – тензор деформаций Коши, в котором сохранены нелинейные слагаемые).

Для определения искомой кривизны срединной линии полосы используется вариационный принцип решения задач нелинейной упругости. В основу положен принцип возможных перемещений Лагранжа, согласно которому для равновесия любой механической системы необходимо и достаточно, чтобы сумма работ внешних и внутренних сил на возможных в рассматриваемый момент перемещениях равнялась нулю. Получено вариационное уравнение равновесия изгибаемой полосы с учетом нелинейности.

Задача решается для различных условий закрепления краев полосы. В частности, решена задача, когда один из концов полосы закреплен шарнирно, а на другой действует внешняя нагрузка интенсивностью $\vec{P}$ («мертвая»). Форма срединной линии для заданного вида закрепления представляет собой синусоиду. Для рассматриваемого вида закрепления угол поворота поперечного сечения представляется в виде $\varphi = A \cdot \sin \frac{2\pi n}{l_0}$ (А – амплитуда, l_0 – начальная длина стержня). Получены зависимости амплитуды А угла поворота поперечного сечения и компонент поля перемещений от действующей нагрузки $\vec{P}$. Определена предельная нагрузка, при которой начинаются пластические деформации.