

Аттракторы конечномерного аналога уравнения Гинзбурга - Ландау

Куликов Дмитрий Анатольевич

ассистент

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия

E-mail: kulikov_d_a@mail.ru

Рассматривается следующее нелинейное уравнение для двумерной комплекснозначной вектор – функции $\xi(t)$

$$\dot{\xi} = d \exp(-i\alpha) D \xi + G \xi - (1 + ic) \xi |\xi|^2, \quad (1)$$

где

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 + g + ia & 0 \\ 0 & 1 - g - ia \end{pmatrix}, \xi |\xi|^2 = \begin{pmatrix} \xi_1 |\xi_1|^2 \\ \xi_2 |\xi_2|^2 \end{pmatrix},$$

c, g, a - действительные постоянные, $d > 0$, а $\alpha \in [-\pi/2; \pi/2]$. Данное уравнение возникает при простейшей разностной аппроксимации широко известного уравнения Гинзбурга – Ландау, если последнее рассмотреть вместе с однородными краевыми условиями Неймана или периодическими краевыми условиями. Уравнение (1) может быть также получено как нормальная форма в задаче о взаимодействии двух слабосвязанных осцилляторов.

При рассмотрении системы дифференциальных уравнений (1) особо выделяют частный случай, когда $a = g = 0$. Он возникает в приложениях даже чаще. Так бывает, если рассмотрены два слабосвязанных полностью идентичных осциллятора. В этом частном случае [1-3] удалось аналитическими средствами найти все автомодельные периодические решения уравнения (1), т.е. решения вида

$$\xi(t) = y \exp(i\sigma t), y \in C^2, \sigma \in R. \quad (2)$$

При этом вопрос об их существовании сводится к исследованию квадратного уравнения. Явный вид автомодельных периодических решений позволил изучить их устойчивость, а также рассмотреть локальные бифуркации коразмерности 1 и даже некоторые бифуркации коразмерности 2. При исследовании локальных бифуркаций был использован метод нормальных форм.

Вопрос о существовании автомодельных решений вида (2) исследован и в общем случае. Оказалось, что вопрос об их существовании сводится к изучению корней алгебраического уравнения шестой степени.

Литература

1. Куликов Д.А. (2006) Автомодельные периодические решения двухточечной разностной аппроксимации уравнения Гинзбурга – Ландау // Тезисы докладов конференции молодых ученых “Нелинейные волновые процессы”. 1-7 марта. Н.-Новгород. с. 91.
2. Куликов Д.А. (2006) Автомодельные периодические решения и бифуркации от них в задаче о взаимодействии двух слабосвязанных осцилляторов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. Т. 14, №5, с. 120-132.
3. Куликов Д.А. (2006) Автомодельные периодические решения в задаче о динамике двух слабосвязанных осцилляторов: полный анализ // Вестник Поморского ун-та. Серия “Естественные и точные науки”. №3, с. 152-156.