

О параболических уравнениях порядка $2n$ с меняющимся направлением эволюции

Потапова С.В.

аспирант

Якутский государственный университет им. М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, г. Якутск, Республика Саха (Якутия), Россия

sargyp@mail.ru

В области $Q = (-\infty, +\infty) \times (0, T)$ рассмотрим уравнение с меняющимся направлением эволюции

$$g(x)u_t + Lu = f, \quad g(x) = \operatorname{sgn} x \quad (1)$$

где

$$L = \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left(k(x, t) \frac{\partial^n u}{\partial x^n} \right) + c(x, t), \quad k(x, t) \geq \delta > 0, \quad c(x, t) \leq 0.$$

Известно [1,2], что для того чтобы решение параболического уравнения порядка $2n$ с меняющимся направлением эволюции (1), принадлежало пространству $L_2([0, T]; W_2^{2nl+2})$, должны быть выполнены $2nl$ условий разрешимости на входные данные задачи.

Решение уравнения (1) будем разыскивать из пространства Гельдера $H_x^{p, p/2n}$, $p = 2nl + \gamma$, $0 < \gamma < 1$, удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad x > 0, \quad u(x, T) = \varphi_2(x), \quad x < 0, \quad (2)$$

и условиям склеивания

$$\frac{\partial^k u}{\partial x^k}(-0, t) = \sigma_k \frac{\partial^k u}{\partial x^k}(+0, t) \quad (k = 0, \dots, 2n-1), \quad (3)$$

где σ_k - действительные постоянные, $l \geq 1$ - целое число.

Цель настоящей работы - показать, что для разрешимости краевой задачи (1) - (3) в гёльдеровских классах необходимо и достаточно $2nl$ условий разрешимости на входные данные задачи, так же исследовать их качественные свойства, в частности, найти условия повышения гладкости решения при увеличении гладкости входных начальных данных.

Методом параболических потенциалов простого слоя с неизвестными плотностями ρ , β , построенных при помощи фундаментального решения и элементарных решений Л. Каттабрига, краевая задача (1)-(3) редуцируется к решению системы сингулярных интегральных уравнений нормального типа.

Таким образом, показано, что, как и в случае уравнения четвертого порядка [3] и уравнения шестого порядка [4] единственное решение поставленной задачи (1)-(3) существует при выполнении $2nl$ условий разрешимости.

Литература.

- [1]. Ryatkov S.G. // Partial Diff. Equations. Banach center publications. Warszawa. 1992. V.27, Part 2. P.373-382.
- [2]. Popov S.V. // Mat. Zametki YaGU. 1996. V.3, №1. P.95-106.
- [3]. Попов С.В. // Доклады Академии Наук. 2005. Т.400, №1. с.29-31.
- [4] Потапова С.В., Попов С.В. // Mat. Zametki ЯГУ. 2006. (в печати)