Секция «Математика и механика»

Геометрические аспекты деформации умножения на целочисленных решетках

Царёв Станислав Юрьевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: stas330@mail.ru

В данной работе исследуется частный случай структуры группы на подмножествах целочисленной решетки $\mathbb{Z}^n$ при помощи конструкции деформации умножения, описанной в работе [1].

Для группы G с правым действием на множестве V строится полугруппа с единицей G^V функций из V в G с умножением $\phi_2 * \phi_1(v) = \phi_2(v)\phi_1(v\phi_2(v))$. Пусть W - линейное пространство, тогда имеет место следующая Лемма

Лемма. Любое представление $\rho\colon G \to GL(W)$ группы G в пространство $GL(W)$ можно продолжить до гомоморфизма $\rho_\alpha\colon G^V_\alpha \to L(W^V)$ по следующей схеме: для $\phi\colon V \to G$ и $f\colon V \to W$ положим

$$\rho_\alpha(\phi)(f)(v) = \rho(\phi(v))f(v\phi(v)).$$

В работе в качестве группы G берется группа $\mathbb{Z}$, конечное множество V состоит из n элементом и единичный элемент действует на V как циклическая перестановка, $W \cong \mathbb{R}$, линейное представление зададим следующим образом $\rho(m) = \beta^m$, где $\beta > 0$ и произвольно. Когда V - конечное множество, а W - конечномерное пространство, подмножество $\rho_\alpha^{-1}(GL(W^V)) \subset G^V$ будет группой с операцией умножения, индуцированной из G^V.

Дается геометрическая реализация этих групп в объемлющем пространстве, а для случаев $n = 3$ и $n = 4$ найдены образующие группы и соотношения на них.

Литература

1. V. M. Buchstaber, “Semigroups of maps into groups, operator doubles, and complex cobordisms”, Topics in topology and mathematical physics, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, 170, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1995, 9–31.
2. Гарбер, А. И., Поярков, А.П. (2006), “О перестановочных многогранниках”, Вестник МГУ, серия 1 (no.2): 3-8.