Секция «Математика и механика»

О единичных проверяющих тестах для схем из функциональных элементов в произвольном полном конечном базисе

Коляда Сергей Сергеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: Kolyadass@mail.ru

В работе рассматривается задача построения легкотестируемых схем из функциональных элементов [1] в произвольных полных конечных базисах. Допускаются единичные произвольные константные неисправности на выходах элементов [2,3,4], когда в неисправное состояние может перейти ровно один элемент схемы, который вне зависимости от того, что подаётся на его входы, выдаёт некоторую булеву константу δ, где $\delta \in \{0, 1\}$.

Пусть S — схема, реализующая в исправном состоянии булеву функцию $f(\tilde{x})$, $\tilde{x} = (x_1, \ldots, x_n)$. Схему S будем считать *неизбыточной*, если при переходе в любое неисправное состояние любого элемента эта схема реализует *нетривиальную* [5], то есть отличную от $f(\tilde{x})$ функцию неисправности $g(\tilde{x})$. Множество наборов

T=$\{\tilde{\sigma}_1, \ldots, \tilde{\sigma}_l\}$ называется *единичным проверяющим тестом* для схемы S, реализующей функцию f, если для любой нетривиальной функции неисправности g существует набор $\tilde{\sigma}$ из T такой, что $f(\tilde{\sigma}) \neq g(\tilde{\sigma})$; число l называется *длиной теста.*

Теорема.*Для любого функционально полного конечного базиса B, для любой булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$, $n \geq 3$, существует неизбыточная схема в базисе B, реализующая данную функцию и допускающая единичный проверяющий тест, длина которого не превосходит $n + 3$.*

Доказательство теоремы проводится конструктивно, то есть для произвольной булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ строится схема в базисе B и представляется единичный проверяющий тест, удовлетворяющий условиям теоремы.

Основная идея доказательства заключается в представлении (в зависимости от базиса) функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ полиномом Жегалкина $P = K_1 \oplus \ldots \oplus K_h \oplus c$ или в виде аналога полинома Жегалкина $P' = D_1 \oplus \ldots \oplus D_h \oplus c'$, где D_i — дизъюнкция нескольких переменных.

Далее специальными блоками реализуются конъюнкция или дизъюнкция (в зависимости от базиса), отрицание и линейная функция, а затем из блоков строится схема, моделирующая соответствующее представление функции $f(x_1, \ldots, x_n)$.

Аналогичная оценка для схем в базисе Жегалкина была получена в [6], однако метод построения легкотестируемых схем из [6] годится только для базисов содержащих конъюнкцию и линейную функцию($x \oplus y$ или $x \oplus y \oplus 1$).

Литература

1. Лупанов О.Б. Асимтотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ, 1984.

2. Редькин Н.П. Дискретная математика. М.: Физматлит, 2009.

3. Редькин Н.П. Надёжность и диагностика схем. М.: Изд-во МГУ, 1992.

4. Чегис И.А., Яблонский С.В. Логические способы контроля работы электрических схем. Тр. МИАН СССР. 1958, т.51, с. 270-360.

5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. 2-е изд. М.: Наука, 1986.

6. Яблонский С.В. Некоторые вопросы надёжности и контроля управляющих систем. Математические вопросы кибернетики. Вып.1. М.: Наука. Физматлит, 1988, с. 5-25.

7. Reddy S.M. Easily testable realization for logic functions. IEEE Trans. Comput. 1972, 1, p. 124-141.

Слова благодарности

Выражаю благодарность научному руководителю Н.П. Редькину за внимание к работе.