Секция «Математика и механика»

Структурные свойства потока Арратья

Вовчанский Николай Богданович
Аспирант
Институт математики Национальной Академии наук Украины, отдел теории случайных процессов, Киев, Украина
E-mail: vovchansky_n@ukr.net

Рассматривается поток Арратья, представляющий собой систему континуального числа броуновских частиц, совершающих независимое движение до момента встречи и склеивающихся после в одну. В докладе изучаются свойства данной стохастической модели в условиях наличия внешней возмущающей силы. Основным объектом исследования является случайное поле $\{y^a(u,t) \mid u \in [0;1], t \geq 0\}$ такое, что

1. $\forall u \in [0;1]$ $y^a(u,\cdot)$ – диффузионный процесс со сносом a и единичным коэффициентом диффузии; $y^a(u,0) = u$;

2. $\forall u_1, u_2 \in [0;1]$: $u_1 \leq u_2$ $y^a(u_1,t) \leq y^a(u_2,t)$, $t \geq 0$;

3. $\forall u_1, u_2 \in [0;1]$ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\langle y^a(u_1,\cdot), y^a(u_2,\cdot)\rangle(t) = 1_{\{y^a(u_1,t)=y^a(u_2,t)\}}$.

Здесь $a \in \mathrm{Lip}(R)$.

Важными объектами, характеризующими внутреннюю структуру данной модели, являются [2,3]:

1. время свободного пробега $I(y^a)$: пусть $\{u_1, \cdots, u_n\}$ – разбиение $[0;1]$; $\tau_k = \inf\{1; s \mid y^a(u_k,s) = y^a(u_{k-1},s)\}, k = \overline{2,n}$, тогда $I(y^a) = \sup \sum_{k=2}^n \tau_k$, где супремум берется по всем конечным разбиениям отрезка $[0;1]$;

2. размеры образующихся в потоке кластеров: $\nu^a(t) = |\{u \mid y^a(u,t) = y^a(0,t)\}|$.

Теорема 1. Пусть $a(x) = Cx$, $C \in R$. Тогда $I(y^a)$ конечно п.н. и
$MI(y^a) \leq L_1 \frac{1}{\sqrt{|C|}}$, $C \to -\infty$; $MI(y^a) \geq L_2\sqrt{C}$, $C \to +\infty$.

Теорема 2. Пусть $a(x) = Cx, C \leq 0$. Существует $\lim_{t\to 0+} \frac{M\nu^a(t)}{\sqrt{t}}$, равный $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$, и
$\mathrm{P}\{\sup \lim_{t\to 0+} \frac{\nu^a(t)}{\sqrt{2t \ln t^{-1}}} = 1\} = 1$.

Теорема 3. (аналог теоремы Гирсанова). Пусть $a \in \mathrm{Lip}(R)$. Тогда $\mathrm{Law}(y^a) \ll \mathrm{Law}(y^0)$ в пространстве $D([0;1], C([0;1]))$ и плотность имеет вид

$$\exp\left\{ \int_0^1 \int_0^{\tau(u)} a(y^0(u,s))\mathrm{d}y^0(u,s) - \frac{1}{2}\int_0^1 \int_0^{\tau(u)} a^2(y^0(u,s))\mathrm{d}s \right\},$$

где в показателе стоят специальным образом определенные стохастические интегралы по потоку Арратья [1].

Литература

1. Дороговцев А. А. Стохастический интеграл по потоку Арратья. // Доклады РАН. Т. 410, 2. 2006. С. 156–157.

2. Darling R.W.R. Rate of growth of the coalescent set in a coalescing stochastic flow. // Stochastics. Volume 23, Issue 4. 1988. P. 465-508.

3. Harris E.Th. Coalescing and noncoalescing stochastic flows in R^1. // Stochastic Processes and their Applications. Volume 17, Issue 2. 1984. P. 187–210.