

НУЛЕВОЙ РИСК В ОДНОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Горбатов Антон Сергеевич

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: gorbатовanton@gmail.com

В окружающей нас жизни часто происходят конфликтные ситуации, в которых необходимо принимать решения. Зачастую последствия этих решений до конца не ясны, ибо возникает, так называемая, неопределённость. Как действовать в такой ситуации? Существует несколько подходов к формализации оптимального решения конфликтов при неопределённости. Предложенный в 1951 году американским математиком Леонардом Сэвиджем принцип минимаксного сожаления наряду с принципом максимина играют важную роль при принятии гарантированных решений в однокритериальной задаче при неопределённости. В нем используется *функция риска по Сэвиджу*

$$\Phi(x, y) = \max_{z \in X} f(z, y) - f(x, y),$$

значение которой определяет уровень риска, которым сопровождается выбранная лицом, принимающим решение (ЛПР) стратегия. ЛПР стремится ее максимально уменьшить.

В данном сообщении при «обычных» для математической теории игр условиях (критерий $f(x, y)$ непрерывен на декартовом произведении компактных множеств стратегий X и неопределённостей Y) доказаны необходимые и достаточные условия существования стратегии, обеспечивающей нулевой риск. Оказывается, что такая стратегия существует тогда и только тогда, когда функция риска по Сэвиджу обладает седловой точкой (x^0, y^0) , т.е.

$$\min_{x \in X} \Phi(x, y^0) = \Phi(x^0, y^0) = \max_{y \in Y} \Phi(x^0, y).$$

Вводится также смешанное расширение задачи

$$\langle X, Y, \Phi(x, y) \rangle,$$

для которого, при указанных выше предположениях, установлено существование смешанной стратегии, которая гарантирует нулевое значение функции риска при любой реализации неопределённости $y \in Y$.

Однако не всегда принцип минимаксного сожаления применим. Для иллюстрации этого факта в сообщении приводится класс линейно-квадратичных задач, для которых гарантированное значение функции риска $(\max_{y \in Y} \Phi(x, y))$ не существует.

Литература

1. Жуковский В. И., Горбатов А. С. Нулевые риски в однокритериальных задачах // Управление риском. 2015. № 2. С. 29–37.