

## О характеристических свойствах параметров Чоу на классе простых игр

Научный руководитель – Ирматов Анвар Адхамович

*Ватфа Диана Юсефовна*

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории  
интеллектуальных систем, Москва, Россия

*E-mail: d.vatfa@gmail.com*

Простой игрой  $g$  называется пара  $([n], W_g)$ , где

- Множество  $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$  - совокупность всех игроков
- $W_g$  - множество тех подмножеств  $[n]$ , которые представляют выигрышные коалиции в  $g$
- Множество  $[n]$  - выигрышная коалиция, пустое множество игроков - нет

удовлетворяющая свойству монотонности: если  $S$  - выигрышная коалиция, и  $S \subset R$  - подмножество  $R$ , то  $R$  тоже выигрышная коалиция.

На всех игроках вводится частичный порядок значимости (см., например, [2]). Простая игра, на которой этот порядок является полным, называется линейной игрой.

Линейная игра называется взвешенной, если существуют неотрицательные веса  $w_i$  и порог  $q$ , такие, что коалиция  $A$  выигрышная тогда и только тогда, когда сумма весов ее игроков не меньше порога.

Рассмотрим простую игру  $g$  на  $n$  игроках. Каждой ее коалиции  $A$  сопоставим вектор  $V_A$  длины  $n$  по следующему правилу: если игрок  $k$  входит в коалицию  $A$ , то  $V_A^k = -1$ , иначе  $V_A^k = 1$ .

Далее определим функцию  $f_g$ , отображающую вектора из  $\{-1, 1\}^n$  в  $\{-1, 1\}$ , связанную с игрой  $g$ : она принимает значение  $-1$  на векторах, соответствующих выигрышным коалициям, и  $1$  иначе.

Таким образом любой простой игре однозначно сопоставляется монотонная булева функция, отличная от тождественной единицы. В случае взвешенных игр она является линейной пороговой функцией.

Применив результат теоремы Чоу [1] к взвешенным играм и исследовав параметры Чоу простых игр, можно получить следующий результат.

**Теорема.** В классе простых игр взвешенные игры, и только они, определяются своими параметрами Чоу.

### Источники и литература

- 1) C.K. Chow. On the characterization of threshold functions. In Proceedings of the Symposium on Switching Circuit Theory and Logical Design (FOCS), pages 34–38, 1961.
- 2) Sarah Mason and Jason Parsley. A geometric and combinatorial view of weighted voting. 2016