

**Инвариантные подграфы и монодромия в весовом графе гладкого проективного многообразия с эффективным действием тора сложности  $>0$  с изолированными неподвижными точками**

**Научный руководитель – Бухштабер Виктор Матвеевич**

*Соломадин Григорий Дмитриевич*

*Кандидат наук*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,  
Россия

*E-mail: blastbeatscythe@gmail.com*

Гладкое проективное многообразие  $X^n \subset \mathbb{C}P^N$  торическое тогда и только тогда, когда однородный идеал  $\mathbb{I}(X)$  биномиален, т.е. порожден элементами вида разность двух мономов (от однородных координат в  $\mathbb{C}P^N$ ). Существует достаточно сложный алгоритм<sup>1</sup> для проверки биномиальности идеала  $\mathbb{I}(X)$ .

Пусть задано действие тора  $(\mathbb{C}^\times)^k : X^n$ . Сопряженность максимальных торов (теорема Картана) в компактной группе Ли  $Aut X$  биголоморфизмов (теорема Бохнера и Монгомери) сводит вопрос о существовании действия  $(\mathbb{C}^\times)^n : X^n$  к продолжению данного  $(\mathbb{C}^\times)^k$ -действия до  $(\mathbb{C}^\times)^n$ -действия на  $X$ . В случае, когда  $(\mathbb{C}^\times)^k : X^n$  — ГKM-многообразие, применима теорема Ш. Куроки<sup>2</sup> об оценке на размерность действия тора на  $X$ , содержащего данное  $(\mathbb{C}^\times)^k$ -действие.

Мы изучаем вопрос о “торичности” неособых гиперповерхностей не общего положения в некоторых гладких проективных торических многообразиях: обобщенного многообразия Бухштабера-Рэя  $BR_{i,j} \subset BF_i \times \mathbb{C}P^j$ ,  $i$  больше  $j$ , и многообразия Рэя  $R_{i,j} \subset BF_i \times BF_j$  (где  $BF_n$  есть торическое многообразие ограниченных флагов размерности  $n$ ). Вообще говоря, данные многообразия не являются ГKM-многообразиями, но имеют изолированные неподвижные точки. Отметим, что в случае не-ГKM многообразия действие тора задает связность в соответствующем весовом графе неоднозначно. Мы вычисляем кольца когомологий многообразий  $BR_{i,j}$ ,  $R_{i,j}$ , показывая нетривиальность сравнения с кольцом когомологий торического многообразия (теорема Данилова-Юркевича).

Мы вводим ряд необходимых условий для торического действия для  $(\mathbb{C}^\times)^k : X^n$  с неподвижными точками в терминах весового графа  $\Gamma$  данного  $(\mathbb{C}^\times)^k$ -действия на  $X^n$ . В частности, к таким условиям относятся описание инвариантных подграфов в весовом графе, условие на монодромию вдоль любой инвариантной реберной петли без хорд в  $\Gamma$ , а также планарности любого инвариантного 3-валентного подграфа в  $\Gamma$ . В качестве приложения, показано, что  $BR_{i,j}$ ,  $i$  больше  $j$ , и  $R_{2,2}$  не являются торическими многообразиями.

### Источники и литература

- 1) Katthän, L., Michałek, M. Miller, “When is a Polynomial Ideal Binomial After an Ambient Automorphism?”, *E. Found. Comput. Math.* (2018). <https://doi.org/10.1007/s10208-018-9405-0>
- 2) S.Kuroki, “Upper bounds for the dimension of tori acting on GKM manifolds”, *J. Math. Soc. Japan*, 10 (2017)