

## ОБОВЩЕННЫЕ ИНВЕРСНЫЕ ГРАФЫ

*Зизов Вадим Сергеевич*

*Студент*

*Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: vzs815@gmail.com*

*Научный руководитель — Шуплецов Михаил Сергеевич*

В теории дискретных управляющих систем существует ряд задач, направленных на представление некоторой булевой функции в заранее заданной модели. Одним из таких представлений являются схемы из функциональных элементов, которые задаются своим базисом и особенностями структуры.

Обобщённый инверсный граф (ОИГ) является ориентированным ациклическим графом, который имеет пометки на рёбрах и вершинах. Каждая вершина, степень захода которой равна 0, называется входом. Остальные вершины называются внутренними вершинами. Среди них выделяется множество выходов. Такая схема имеет свой базис, то есть множество допустимых функциональных элементов.

Каждому входу графа приписывается метка входа, которая является булевой переменной либо константой. Всем внутренним вершинам сопоставлена своя пометка одной из функций базиса. При этом каждая вершина, помеченная функциональным элементом с  $n$  входами, имеет  $n$  входящих рёбер. Каждому выходу приписывается уникальная метка выхода и, возможно, пометка, указывающая на отрицание выхода схемы.

Существенным отличием модели от схем из функциональных элементов (СФЭ) является обязательное наличие в базисе элемента отрицания, имеющего стоимость 0. Элемент отрицания не может быть вершиной, а наличие либо отсутствие отрицания обозначается пометками на рёбрах.

Подобные модели часто возникают в тех условиях, когда спрогнозировать структуру управляющей системы на более поздних этапах проектирования с точностью до инверторов невозможно. Например, когда при синтезе СВИС появляется необходимость размещения СФЭ на плоскости, неизбежно возникают удлинения проводников, и рёбра из модели СФЭ не отображаются, вообще говоря, в физические проводники сопоставимых размеров. Если же проводник имеет слишком большую длину, в схему добавляют элементы отрицания с целью поддержания (стабилизации) сигнала.

Рядом интересных базисов являются базисы, состоящие из функ-

ций от небольшого числа переменных. В такой модели почти каждой вершине соответствует простой схмотехнический вентиль. Примером может являться модель конъюнктивно-инверсных графов (And-Inverter Graph, AIG). Л. Хеллерманом в 1963 году [1] был составлен и описан каталог схем в модели AIG для всех ФАЛ от 3 переменных.

Существует ещё один базис, состоящий из функций не более двух переменных. Это базис AXIG, And-Xor-Inverter Graph, состоящий из функций конъюнкции, отрицания и суммы по модулю два. В данной модели возможно реализовать все функции алгебры логики не более, чем за одну внутреннюю вершину графа.

Все другие базисы ОИГ, состоящие из элемента отрицания и произвольных функций от двух переменных, эквивалентны AIG либо AXIG. Все такие базисы не требуют наличия константы.

Мажоритарно-инвертерный граф (Majority-Inverter Graph, MIG) является относительно новой логической структурой представления функций для эффективной оптимизации ФАЛ. MIG представляет собой ОИГ с базисом, состоящим из функции голосования трех переменных, константы и отрицания. Как показали Л. Амару с соавторами [2], MIG включают в себя AIG.

Для всех моделей ОИГ применимы одни и те же методы поиска оптимальных и близких к ним схем. Более того, в рамках работы [3] построены каталоги схем для всех ФАЛ от 5 переменных и предложены алгоритмы получения каталогов таких схем.

### Литература

1. Leo Helleman. Catalog of Three-Variable Or-Invert and And-Invert Logical Circuits // *Electronic Computers, IEEE Transactions on EC-12* (1963), P.198–223., doi:10.1109/PGEC.1963.263531.
2. Mathias Soeken, Luca Amaru, Pierre-Emmanuel Gaillardon and Giovanni Micheli. ExactSynthesis of Majority-Inverter Graphs and Its Applications // *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems* (2017), doi:10.1109/TCAD.2017.2664059.
3. С. А. Ложкин, В. С. Зизов, М. С. Шуплецов, В. В. Жуков, Д. Э. Хзмалян, О. О. Белянков О сложности инверсных графов, реализующих булевы функции от малого числа переменных // Сборник трудов Всероссийских научно-технических конференций "Проблемы разработки перспективных микро и наноэлектронных систем (МЭС)"4 (2020), с. 95–102, <http://www.mes-conference.ru/data/year2020/pdf/D103.pdf>