

**Алгоритм ценообразования для повторяющихся контекстных аукционов со стратегическим покупателем**

**Научный руководитель – Друза Алексей Валерьевич**

**Жиянов Антон Павлович**

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и  
случайных процессов, Москва, Россия

*E-mail: zhiyanovap@gmail.com*

В настоящей работе рассматриваются алгоритмы ценообразования, оптимизирующие доход продавца, взаимодействующего со стратегическим покупателем в повторяющемся контекстном аукционе второй цены. Отметим, что многие интернет компании, выступающие в роли продавца, используют алгоритмы ценообразования в сфере размещения рекламы и веб-поиска [4], поэтому эта область активно развивается на данный момент.

На каждом раунде  $t$  аукциона, продавец предлагает покупателю товар, который описывается  $d$ -мерным вектором (контекстом)  $x_t$ , и цену  $p_t$  за этот товар. Покупатель обладает вектором предпочтений  $\theta$ , скрытым от продавца, на основе которого он вычисляет ценность  $v_t := \langle x_t, \theta \rangle$  товара  $x_t$ , после чего принимает решение об отказе ( $a_t = 0$ ) или согласии ( $a_t = 1$ ) на покупку (под  $a_t$  мы понимаем отклик покупателя).

Продавец использует некоторый алгоритм  $\mathcal{A}$  (сообщаемый покупателю), который на каждом раунде  $t$  аукциона устанавливает цену за поступивший товар  $x_t$ . Эта цена зависит от откликов покупателя и контекстов на предыдущих раундах. В ответ на это стратегический покупатель пытается максимизировать свою ожидаемую дисконтированную прибыль, предполагая, что контекст  $x_{1:T} := (x_1, x_2, \dots, x_T)$  имеет некоторое неизвестное для продавца распределение  $D : \mathbb{E}_{x_{1:T} \sim D} [\sum_{s=t}^T \gamma^{s-t} a_s (v_s - p_s) \mid x_1, \dots, x_t]$ ,  $\gamma \in [0, 1)$ , под  $T$  мы понимаем длительность аукциона, а под  $\gamma$  - коэффициент дисконтирования. Максимизируя последнее выражение по параметрам  $a_{t:T}$ , он решает, стоит ли ему отказаться ( $a_t = 0$ ) или принять ( $a_t = 1$ ) товар. Таким образом, алгоритм ценообразования  $\mathcal{A}$  направлен на минимизацию потерь покупателя  $\text{Reg}(T, \mathcal{A}, \theta, a_{1:T}, x_{1:T}) := \sum_{t=1}^T (v_t - a_t p_t)$ , по параметрам  $\theta, x_{1:T}$ , где в качестве откликов рассматриваются отклики стратегического покупателя.

Для такого подхода [1] предложили алгоритм LEAP, основанный на градиентном спуске и имеющий верхнюю оценку вида  $O(T^{2/3} \log T)$  для величины ожидаемых в среднем потерь  $\mathbb{E}_{x_{1:T} \sim D} \text{Reg}(T, \mathcal{A}, \theta, a_{1:T}, x_{1:T})$ . [2] недавно улучшили этот результат до верхней оценки вида  $O(\log^2 T)$ . Их алгоритм CORP основан на техниках схожих с EM-алгоритмом и требует выполнения некоторых ограничений на распределение  $D$ : невырожденность многомерного распределения  $D$  и независимость векторов  $x_{1:T}$ . В данной работе мы предлагаем новый алгоритм поведения продавца, базирующийся на обобщении алгоритма бинарного поиска на многомерный случай. Для этого мы используем идеи, пришедшие из интегральной геометрии (intrinsic volumes of convex set), развиваем техники, использующиеся в [3] (в этой работе рассматривается случай нестратегического покупателя, т.е.  $\gamma = 0$ ). Наш алгоритм может быть применен против стратегического покупателя с верхней оценкой потерь  $\text{Reg}(T, \mathcal{A}, \theta, a_{1:T}, x_{1:T})$  вида  $O(\log^2 T)$ , что на данный момент является наилучшей оценкой потерь по параметру  $T$ . Отметим, что в отличие от алгоритма CORP наша верхняя оценка не накладывает никаких ограничений на распределение  $D$  и не зависит от реализации векторов  $x_{1:T}$ : так как мы минимизируем величину потерь не в среднем, а в наихудшем варианте.

**Источники и литература**

- 1) Amin, Kareem and Rostamizadeh, Afshin and Syed, Umar. Repeated contextual auctions with strategic buyers // NIPS'2014. 2014. p.622-630.
- 2) Golrezaei, Negin and Javanmard, Adel and Mirrokni, Vahab. Dynamic incentive-aware learning: Robust pricing in contextual auctions // Advances in Neural Information Processing Systems. 2019. p. 9756-9766.
- 3) Leme, Renato Paes and Schneider, Jon. Contextual search via intrinsic volumes // 2018 IEEE 59th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS). 2018. p.268-282.
- 4) Vanunts, Arsenii and Drutsa, Alexey. Optimal Pricing in Repeated Posted-Price Auctions with Different Patience of the Seller and the Buyer // Advances in Neural Information Processing Systems. 2019. p.939-951.