

О бегущих волнах в системах абсолютно упругих частиц на прямой.

Научный руководитель – Трещёв Дмитрий Валерьевич

Саулин Сергей Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теоретической механики и мехатроники,
Москва, Россия

E-mail: serega-saulin@mail.ru

Рассмотрим систему из бесконечного числа одинаковых абсолютно упругих частиц на прямой. Так как массы частиц равны, то из законов сохранения энергии и импульса следует, что в момент удара двух частиц происходит обмен скоростями. Поэтому в системе из бесконечного числа одинаковых частиц существует решение, при котором в каждый момент времени движется лишь одна частица. Такое решение естественно называть решением типа бегущей волны. В этом случае полная энергия системы последовательно передается от одной частицы к другой.

Известно, что в системах из бесконечного числа одинаковых частиц на прямой, взаимодействующих с помощью потенциала $V : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ($V(0) = +\infty$) и имеющих большую энергию, существуют локализованные бегущие волны [1, 2, 3, 4]. Они получаются как возмущения описанного выше решения в системе из бесконечного числа абсолютно упругих одинаковых частиц на прямой.

В случае, если массы $\{m_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ абсолютно упругих частиц различны, то даже вопрос о существовании решения типа бегущей волны оказывается нетривиальным. Нами рассмотрена система из бесконечного числа абсолютно упругих частиц на прямой, массы и взаимные расстояния между которыми периодически повторяются. Получены условия на отношения масс частиц в системах с двумя периодически повторяющимися массами, при выполнении которых в таких системах существует решение типа бегущей волны. Изучение существования решений типа бегущих волн в системах бесконечного набора периодически повторяющихся частиц с тремя различными массами сводится к поиску специальных бильярдных траекторий в сферическом треугольнике. Получены оценки на расстояния, пройденные частицами, участвующие в решениях типа бегущих волн в системах с произвольным набором периодически повторяющихся масс.

Источники и литература

- 1) Friesecke G., Wattis J., Existence theorem for solitary waves on lattices. Commun. Math. Phys. 161, 391-418 (1994).
- 2) Friesecke G., Matthies K., Atomic-scale localization of high-energy solitary waves on lattices. Physica D 171, (2002) 211-220.
- 3) Treschev D., Travelling waves in FPU lattices. Discrete Contin. Dyn. Syst., 11:4 (2004), 867–880.
- 4) Herrmann M., Matthies K., Uniqueness of solitary waves in the high-energy limit of FPU-type chains. arXiv:1611.03514v1.