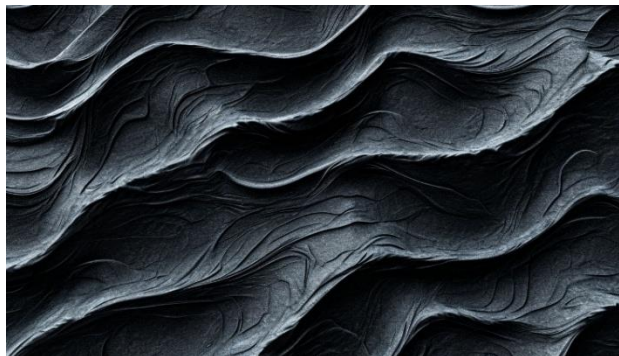




**Олимпиада школьников «Ломоносов» по высоким технологиям
2025/26 учебный год. Отборочный этап. 10 класс
Решения задач. Критерии оценивания**

Задача по химии. Осаждение из газовой фазы (3 балла)

Вариант 1



Поликристаллическое покрытие, состоящее из простого вещества со структурой алмаза, получили методом плазменно-химического осаждения из газовой фазы. Для этого использовали бесцветную жидкость X. Молекула X содержит 11 атомов двух элементов. Из 10,00 г вещества X получилось 8,20 г покрытия, выход составил 85,0%.

Определите вещество X. Подтвердите расчетом. (2 балла)

Составьте уравнение реакции. (1 балл)

Всего – 3 балла

Решение варианта 1

- | | |
|---|---------|
| 1. Формула Ge_3H_8 | 2 балла |
| 2. $\text{Ge}_3\text{H}_8 \rightarrow 3\text{Ge} + 4\text{H}_2$ | 1 балл |

Вариант 2



Поликристаллическое покрытие, состоящее из простого вещества со структурой алмаза, получили методом плазменно-химического осаждения из газовой фазы. Для этого использовали бесцветную жидкость X. Молекула X содержит 8 атомов двух элементов. Из 10,00 г вещества X получилось 7,49 г покрытия, выход составил 78,0%.

Определите вещество X. Подтвердите расчетом. (2 балла)

Составьте уравнение реакции. (1 балл)

Всего – 3 балла

Решение варианта 2

- | | |
|---|---------|
| 1. Формула Ge_2H_6 | 2 балла |
| 2. $\text{Ge}_2\text{H}_6 \rightarrow 2\text{Ge} + 3\text{H}_2$ | 1 балл |

Вариант 3



Поликристаллическое покрытие, состоящее из простого вещества со структурой алмаза, получили методом плазменно-химического осаждения из газовой фазы. Для этого использовали бесцветную жидкость X. Молекула X содержит 11 атомов двух элементов. Из 10,00 г вещества X получилось 8,40 г покрытия, выход составил 92,0%.

Определите вещество X. Подтвердите расчетом. (2 балла)

Составьте уравнение реакции. (1 балл)

Всего – 3 балла

Решение варианта 3

- | | |
|---|---------|
| 1. Формула Si_3H_8 | 2 балла |
| 2. $\text{Si}_3\text{H}_8 \rightarrow 3\text{Si} + 4\text{H}_2$ | 1 балл |

Вариант 4

Поликристаллическое покрытие, состоящее из простого вещества со структурой алмаза, получили методом плазменно-химического осаждения из газовой фазы. Для этого использовали бесцветный газ X. Молекула X содержит 8 атомов двух элементов. Из 10,00 г вещества X получилось 8,40 г покрытия, выход составил 93,0%.

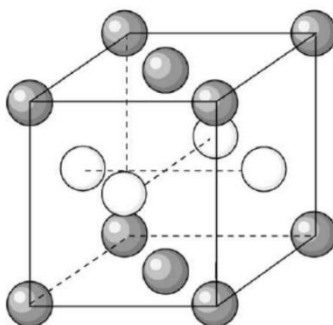
Определите вещество X. Подтвердите расчетом. (2 балла)

Составьте уравнение реакции. (1 балл)

Всего – 3 балла

Решение варианта 4

- | | |
|---|---------|
| 1. Формула Si_2H_6 | 2 балла |
| 2. $\text{Si}_2\text{H}_6 \rightarrow 2\text{Si} + 3\text{H}_2$ | 1 балл |

Задача по химии. Соединение двух металлов (7 баллов)**Вариант 1**

На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 6,40 г наноразмерного серо-черного порошка.

2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (3 балла)

3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (2 балла)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 1

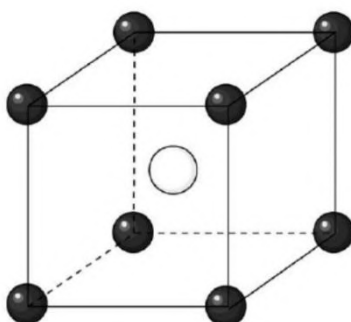
1. Формула интерметаллида АВ 2 балла

2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 6,4 / 3,6 \approx 1,778$. 3 балла

Если В – алюминий, то А – титан, интерметаллид – TiAl.

3. $2\text{TiAl} + 2\text{NaOH} + 6\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{Ti}\downarrow + 2\text{Na}[\text{Al}(\text{OH})_4] + 3\text{H}_2\uparrow$ 2 балла

Вариант 2



На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 4,73 г наноразмерного серо-черного порошка.

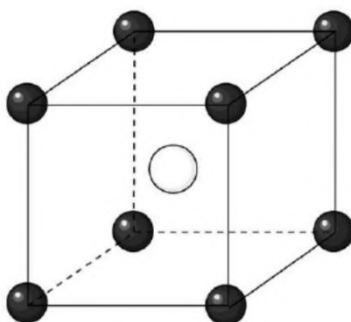
2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (3 балла)

3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (2 балла)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 2

1. Формула интерметаллида АВ 2 балла
2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 4,73 / 5,27 \approx 0,898$. 3 балла
Если В – цинк, то А – никель или кобальт, интерметаллид – NiZn.
3. $NiZn + 2NaOH + 2H_2O \rightarrow 2Zn\downarrow + Na_2[Zn(OH)_4] + H_2\uparrow$ 2 балла

Вариант 3

На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

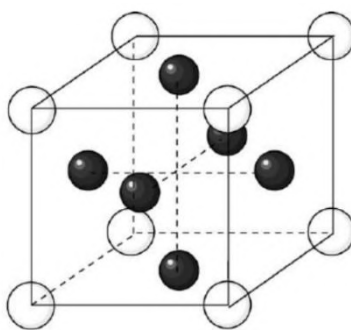
При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 6,85 г наноразмерного серо-черного порошка.

2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (3 балла)
3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (2 балла)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 3

1. Формула интерметаллида АВ 2 балла
2. Найдем отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 6,85 / 3,15 \approx 2,175$. 3 балла
Если В – алюминий, то А – никель или кобальт, интерметаллид – NiAl.
3. $2NiAl + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 2Ni\downarrow + 2Na[Al(OH)_4] + 3H_2\uparrow$ 2 балла

Вариант 4

На рисунке показан фрагмент кристаллической структуры интерметаллида, который перспективен для использования в виде наноразмерных катализаторов.

1. По рисунку определите формулу соединения в общем виде A_xB_y (например, A_2B_3), если А – светлый атом, а В – черный. (2 балла)

При растворении 10,00 г этого вещества в щелочи остаётся 8,67 г наноразмерного серо-черного порошка.

2. Определите элементы А и В. Подтвердите расчётом. (3 балла)
3. Напишите уравнение реакции интерметаллида со щелочью. (2 балла)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 4

1. Формула интерметаллида A_3B 2 балла
2. Найдём отношение молярных масс: $M(A) / M(B) = 8,67 / 1,33 \cdot 3 \approx 2,173$ 3 балла
Если В – алюминий, то А – никель или кобальт, интерметаллид – Ni_3Al .
3. $2Ni_3Al + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 6Ni\downarrow + 2Na[Al(OH)_4] + 3H_2\uparrow$ 2 балла

Задача по химии. Загадочные полупроводники (15 баллов)**Вариант 1**

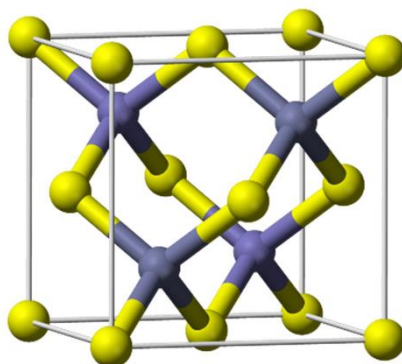
Одной из особенностей p -элементов Периодической системы Менделеева является наличие у их бинарных соединений полупроводниковых свойств. Примеры таких соединений – вещества Х и Y (содержащие один и тот же элемент Э₁). Y получается непосредственным сплавлением простых веществ Э₁ и Э₂ или методом осаждения металлоорганических соединений из газовой фазы. В этом методе сначала хлориды элементов Э₂ и Э₁ по отдельности реагируют с этилмагнийбромидом (реакции 1, 2) с образованием соединений, массовая доля Э₁ в одном из которых составила 56,93%. А затем непосредственно проводят реакцию между образованными веществами (реакция 3).

Для получения X используют разложение сложной неорганической соли S (массовая доля элемента Э₃ 14,84%) при 600°C (реакция 4). Среди продуктов наблюдается кислота, разъедающая стекло.

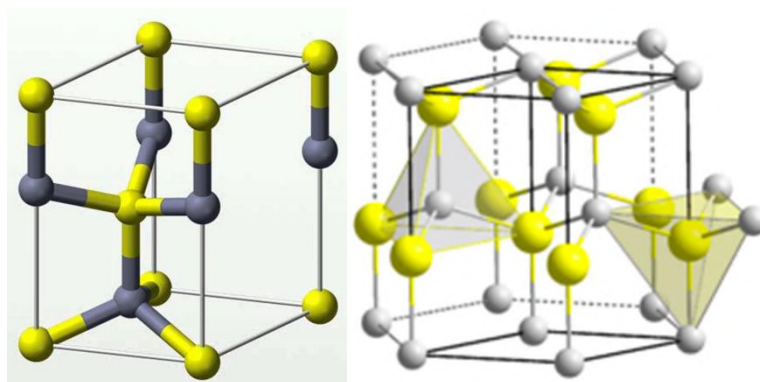
1. Из справочных данных определите число формульных единиц Z в одной элементарной ячейке веществ X и Y. (3 балла)
2. Определите элементы Э₁, Э₂, Э₃. (3 балла)
3. Приведите названия веществ X, Y, S по системе ИЮПАК. (5 баллов)
4. Напишите уравнения реакций (1-4). (4 балла)

Справочные данные

Параметр	X	Y
Сингония	гексагональная	кубическая
$a, \text{\AA}$	3,533	6,479
$b, \text{\AA}$	-	-
$c, \text{\AA}$	5,671	-
Z	?	?
Плотность, г/см ³	6,98	5,78



Кристаллическая структура Y



Кристаллическая структура X

Всего – 15 баллов

Решение варианта 1

- 1) Определение Z для каждого из соединений

Ответ: 4 для Y и 2 для X

Для Y

Сиреневых 4

Желтых $8 \cdot 1/8 + 6 \cdot 1/2 = 4$

Вывод: Y = Э₁Э₂ Z = 4

Для X

Серых $1 + 4 \cdot 1/4 = 2$

Желтых $1 + 8 \cdot 1/8 = 2$

Вывод: X = Э₁Э₃ Z = 2

- 2) Рассчитаем объем элементарной ячейки Y

Ответ: 271,972 Å³

- 3) Рассчитаем молекулярную массу Y

Ответ: 237 г/моль

- 4) Рассчитаем объем элементарной ячейки X (с учетом, что в основании элементарной ячейки лежит ромб (это следует из правильного шестиугольника))

Ответ: 61,3 Å³

- 5) Рассчитаем молекулярную массу X

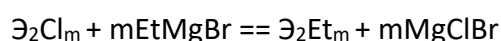
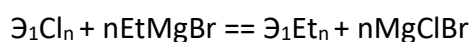
Ответ: 129 г/моль

Формула расчета (все единицы переводятся в СИ): $M(\text{кг/моль}) = \rho \cdot V \cdot N_A / Z$

Из методики синтеза:

Пусть вещества соответственно Э₁Cl_n и Э₂Cl_m где +n и +m степени окисления данных элементов

При реакции хлоридов с реактивом Гриньяра можно предположить, что магний будет из-за большего сродства забирать хлорид-ионы, и отдавать этил-ионы, а значит реакции можно написать в следующем виде:



Для Э₂ составляем уравнение для массовой доли и решаем его в целых числах (M₁ – молекулярная масса)

$$0,5693 = \frac{M_1}{M_1 + n \cdot (12 \cdot 2 + 5)}$$

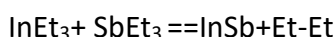
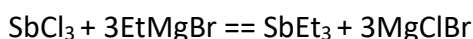
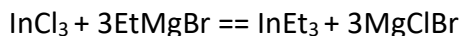
n	1	2	3	4	5	6
M ₁ , г/моль	38,3	76,7	115	153,3	191,7	230

Условию *p*-элемента удовлетворяет только 115 г/моль – это индий

С учетом решенных ранее молекулярных масс получаем, что Э₂=Sb, Э₃=N

Y=InSb (антимонид индия)

X=InN (нитрид индия)



Кислота, разъедающая стекло – плавиковая кислота HF

В состав S входят In, N, H, F

При этом степень окисления азота и индия в конечном продукте -3 и +3 соответственно.

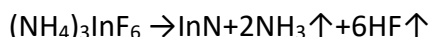
Значит, делаем вывод, что азот и в исходном соединении в степени окисления -3, а значит это соль аммония. Значит, S= (NH₄)_kInF_{k+3}

Составим уравнение:

$$0,1484 = \frac{14k}{115 + 19 \cdot 3 + (14 + 4 + 19)k}$$

$$k=3$$

Значит S = (NH₄)₃InF₆ – гексафтороиндат аммония



Вариант 2

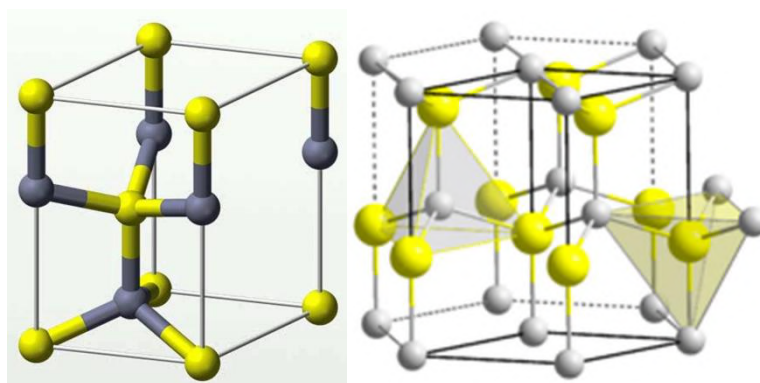
Бинарные соединения *p*-элементов, проявляющие полупроводниковые свойства, получили большое распространение как в области фундаментальных исследований, так и при решении прикладных задач. Примеры таких соединений – вещества J и G, содержащие один и тот же элемент K₁. Вещество G получается непосредственным сплавлением простых веществ K₁ и K₂ или методом осаждения металлоорганических соединений из газовой фазы. В этом методе сначала хлориды элементов K₁ и K₂ по отдельности реагируют с изобутилмагнийбромидом (реакции 1, 2) с образованием соединений, массовая доля K₁ в одном из которых составила 40,21%. А затем непосредственно проводят реакцию между полученными веществами (реакция 3).

Для получения J используют разложение сложной неорганической соли X (массовая доля элемента K₃ 14,84%) при 700 °C (реакция 4). Среди продуктов наблюдается кислота, разъедающая стекло.

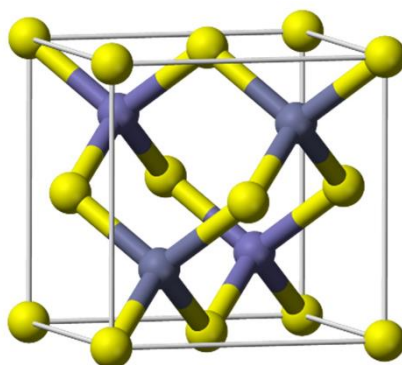
1. Из справочных данных определите число формульных единиц Z в одной элементарной ячейке веществ J и G. (3 балла)
2. Определите элементы K_1 , K_2 , K_3 . (3 балла)
3. Приведите названия веществ J, G, X по системе ИЮПАК. (5 баллов)
4. Напишите уравнения реакций (1-4). (4 балла)

Справочные данные

Параметр	G	J
Сингония	кубическая	гексагональная
a, нм	0,6479	0,3533
b, нм	-	-
c, нм	-	0,5671
Плотность, кг/дм ³	5,78	6,98



Кристаллическая структура J



Кристаллическая структура G

Всего – 15 баллов

Решение варианта 2

- 1) Определение Z для каждого из соединений

Ответ: 4 для G и 2 для J

Для G

Сиреневых 4

Желтых $8 \cdot 1/8 + 6 \cdot 1/2 = 4$

Вывод: $G = K_1K_2$ $Z = 4$

Для J

Серых $1 + 4 \cdot 1/4 = 2$

Желтых $1 + 8 \cdot 1/8 = 2$

Вывод: $J = K_1K_3$ $Z = 2$

- 2) Рассчитаем объем элементарной ячейки G

Ответ: $271,972 \text{ \AA}^3$

- 3) Рассчитаем молекулярную массу G

Ответ: 237 г/моль

- 4) Рассчитаем объем элементарной ячейки J (с учетом, что в основании элементарной ячейки лежит ромб (это следует из правильного шестиугольника))

Ответ: $61,3 \text{ \AA}^3$

- 5) Рассчитаем молекулярную массу J

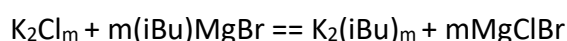
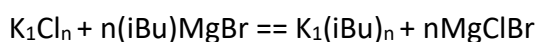
Ответ: 129 г/моль

Формула расчета (все единицы переводятся в СИ): $M(\text{кг/моль}) = \rho \cdot V \cdot N_A / Z$

Из методики синтеза:

Пусть вещества соответственно K_1Cl_n и K_2Cl_m где +n и +m степени окисления данных элементов

При реакции хлоридов с реактивом Гриньяра можно предположить, что магний будет из-за большего сродства забирать хлорид-ионы, и отдавать изобутил-ионы, а значит реакции можно написать в следующем виде:



Для K_2 составляем уравнение для массовой доли и решаем его в целых числах (M_1 – молекулярная масса)

$$0,4021 = \frac{M_1}{M_1 + n \cdot (12 \cdot 4 + 9)}$$

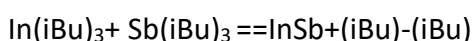
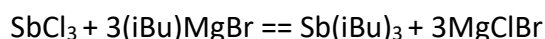
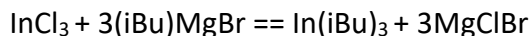
n	1	2	3	4	5	6
M ₁ , г/моль	38,3	76,7	115	153,3	191,7	230

Условию *p*-элемента удовлетворяет только 115 г/моль – это индий

С учетом решенных ранее молекулярных масс получаем, что K₂=Sb, K₃=N

G=InSb (антимонид индия)

J=InN (нитрид индия)



Кислота, разъедающая стекло – плавиковая кислота HF

В состав X входят In, N, H, F

При этом степень окисления азота и индия в конечном продукте -3 и +3 соответственно.

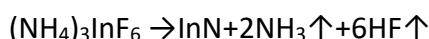
Значит, делаем вывод, что азот и в исходном соединении в степени окисления -3, а значит это соль аммония. Значит, X = (NH₄)_kInF_{k+3}

Составим уравнение:

$$0,1484 = \frac{14k}{115 + 19 \cdot 3 + (14 + 4 + 19)k}$$

$$k=3$$

Значит X = (NH₄)₃InF₆ - гексафтороиндат аммония



Вариант 3

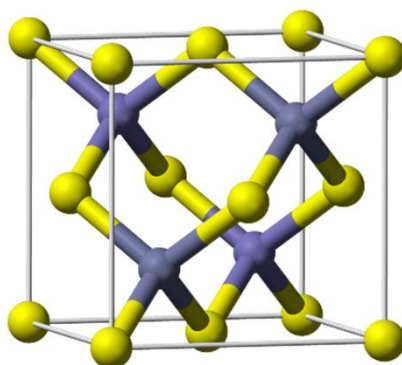
Бинарные соединения *p*-элементов, проявляющие полупроводниковые свойства, получили большое распространение как в области фундаментальных исследований, так и при решении прикладных задач. Примеры таких соединений – вещества А и В, содержащие один и тот же элемент X₁. Известно, что вещество В получается непосредственным сплавлением простых веществ X₁ и X₂ или методом осаждения металлоорганических соединений из газовой фазы. Согласно этому методу сначала хлориды элементов X₂ и X₁ по отдельности реагируют с метилмагнийбромидом (реакции 1, 2) с образованием соединений, массовая доля X₁ в одном из которых составила 71,88%. А затем непосредственно проводят реакцию между полученными веществами (реакция 3).

Для получения вещества А используют разложение сложной неорганической соли С (массовая доля элемента X₃ 14,84%) при 873 К (реакция 4). Среди продуктов наблюдается кислота, разъедающая стекло.

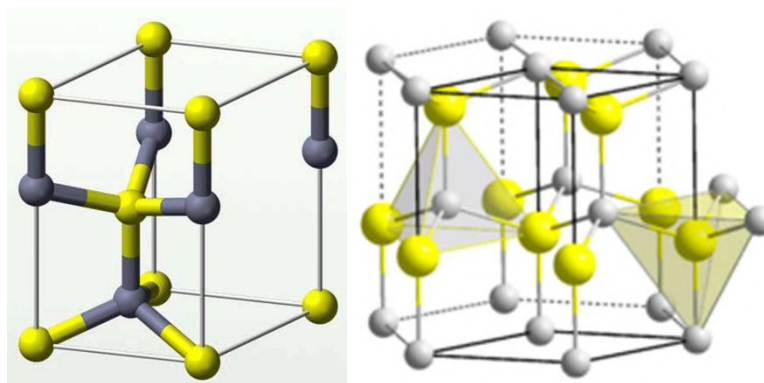
1. Из справочных данных определите число формульных единиц Z в одной элементарной ячейке веществ А и В. (3 балла)
2. Определите элементы X_1 , X_2 , X_3 . (3 балла)
3. Приведите названия веществ А, В, С по системе ИЮПАК. (5 баллов)
4. Напишите уравнения реакций (1-4). (4 балла)

Справочные данные

Параметр	А	В
Сингония	гексагональная	кубическая
$a \cdot 10^5$, мкм	35,33	64,79
$b \cdot 10^5$, мкм	-	-
$c \cdot 10^5$, мкм	56,71	-
Плотность, кг/м ³	6980	5780



Кристаллическая структура В



Кристаллическая структура А

Всего – 15 баллов

Решение варианта 3

- 1) Определение Z для каждого из соединений

Ответ: 4 для В и 2 для А

Для В

Сиреневых 4

Желтых $8 \cdot 1/8 + 6 \cdot 1/2 = 4$

Вывод: $B = X_1X_2$ $Z=4$

Для А

Серых $1 + 4 \cdot 1/4 = 2$

Желтых $1 + 8 \cdot 1/8 = 2$

Вывод: $A = X_1X_3$ $Z=2$

- 2) Рассчитаем объем элементарной ячейки В

Ответ: $271,972 \text{ \AA}^3$

- 3) Рассчитаем молекулярную массу В

Ответ: 237 г/моль

- 4) Рассчитаем объем элементарной ячейки А (с учетом, что в основании элементарной ячейки лежит ромб (это следует из правильного шестиугольника))

Ответ: $61,3 \text{ \AA}^3$

- 5) Рассчитаем молекулярную массу А

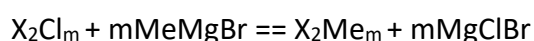
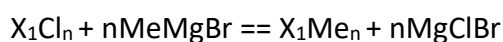
Ответ: 129 г/моль

Формула расчета (все единицы переводятся в СИ): $M(\text{кг/моль}) = \rho \cdot V \cdot N_A / Z$

Из методики синтеза:

Пусть вещества соответственно X_1Cl_n и X_2Cl_m где $+n$ и $+m$ степени окисления данных элементов

При реакции хлоридов с реактивом Гриньяра можно предположить, что магний будет из-за большего сродства забирать хлорид-ионы, и отдавать метил-ионы, а значит реакции можно написать в следующем виде:



Для X_2 составляем уравнение для массовой доли и решаем его в целых числах (M_1 – молекулярная масса)

$$0,7188 = \frac{M_1}{M_1 + n \cdot (12 \cdot 1 + 3)}$$

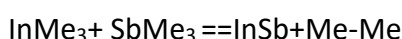
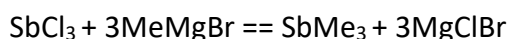
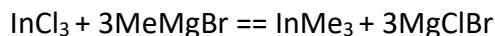
n	1	2	3	4	5	6
M ₁ , г/моль	38,3	76,7	115	153,3	191,7	230

Условию р-элемента удовлетворяет только 115 г/моль – это индий

С учетом решенных ранее молекулярных масс получаем, что X₂=Sb, X₃=N

B=InSb (антимонид индия)

A=InN (нитрид индия)



Кислота, разъедающая стекло – плавиковая кислота HF

В состав С входят In, N, H, F

При этом степень окисления азота и индия в конечном продукте -3 и +3 соответственно.

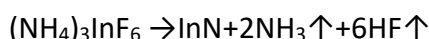
Значит, делаем вывод, что азот и в исходном соединении в степени окисления -3, а значит это соль аммония. Значит, C = (NH₄)_kInF_{k+3}

Составим уравнение:

$$0,1484 = \frac{14k}{115 + 19 \cdot 3 + (14 + 4 + 19)k}$$

$$k=3$$

Значит C = (NH₄)₃InF₆ - гексафтороиндат аммония



Вариант 4

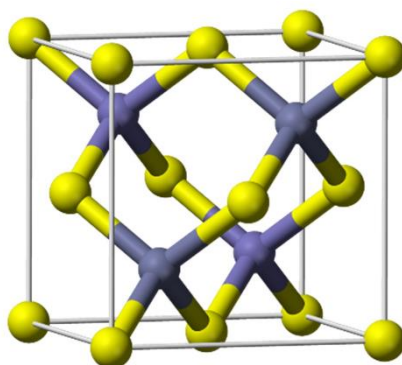
Среди полупроводниковых материалов особое место занимают бинарные соединения р-элементов. Примеры таких соединений – вещества S и E, содержащие один и тот же элемент O₁. Известно, что E получается непосредственным сплавлением простых веществ O₁ и O₂ или методом осаждения металлоорганических соединений из газовой фазы. В этом методе сначала хлориды элементов O₂ и O₁ по отдельности реагируют с изопропилмагнийбромидом (реакции 1, 2) с образованием соединений, массовая доля O₁ в одном из которых составила 47,13%. А затем непосредственно проводят реакцию между полученными веществами (реакция 3).

Для получения S используют разложение сложной неорганической соли W (массовая доля элемента O₃ 14,84%) при 973 К (реакция 4). Среди продуктов наблюдается кислота, разъедающая стекло.

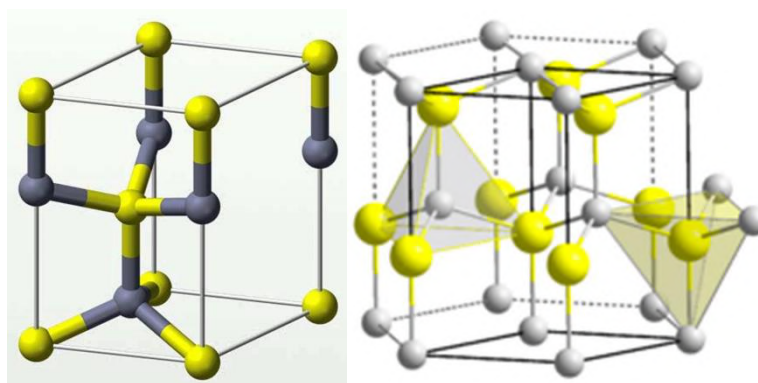
1. Из справочных данных определите число формульных единиц Z в одной элементарной ячейке веществ S и E . (3 балла)
2. Определите элементы O_1 , O_2 , O_3 . (3 балла)
3. Приведите названия веществ S , E , W по системе ИЮПАК. (5 баллов)
4. Напишите уравнения реакций (1-4). (4 балла)

Справочные данные

Параметр	S	E
Сингония	гексагональная	кубическая
$a \cdot 10^2$, нм	35,33	64,79
$b \cdot 10^2$, нм	-	-
$c \cdot 10^2$, нм	56,71	-
Z	?	?
Плотность г/см ³	6,98	5,78



Кристаллическая структура E



Кристаллическая структура S

Всего – 15 баллов

Решение варианта 4

- 1) Определение Z для каждого из соединений

Ответ: 4 для E и 2 для S

Для E

Сиреневых 4

Желтых $8 \cdot 1/8 + 6 \cdot 1/2 = 4$

Вывод: $E = O_1O_2$ $Z=4$

Для S

Серых $1 + 4 \cdot 1/4 = 2$

Желтых $1 + 8 \cdot 1/8 = 2$

Вывод: $S = O_1O_3$ $Z=2$

- 2) Рассчитаем объем элементарной ячейки E

Ответ: $271,972 \text{ \AA}^3$

- 3) Рассчитаем молекулярную массу E

Ответ: 237 г/моль

- 4) Рассчитаем объем элементарной ячейки S (с учетом, что в основании элементарной ячейки лежит ромб (это следует из правильного шестиугольника))

Ответ: $61,3 \text{ \AA}^3$

- 5) Рассчитаем молекулярную массу S

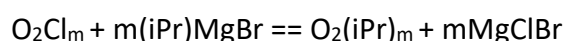
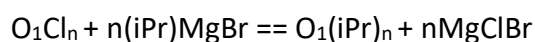
Ответ: 129 г/моль

Формула расчета (все единицы переводятся в СИ): $M(\text{кг/моль}) = \rho \cdot V \cdot N_A / Z$

Из методики синтеза:

Пусть вещества соответственно O_1Cl_n и O_2Cl_m где $+n$ и $+m$ степени окисления данных элементов

При реакции хлоридов с реактивом Гриньяра можно предположить, что магний будет из-за большего сродства забирать хлорид-ионы, и отдавать изопропил-ионы, а значит реакции можно написать в следующем виде:



Для X_2 составляем уравнение для массовой доли и решаем его в целых числах (M_1 – молекулярная масса)

$$0,4713 = \frac{M_1}{M_1 + n \cdot (12 \cdot 3 + 7)}$$

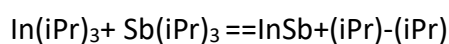
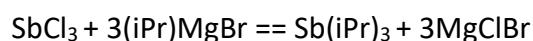
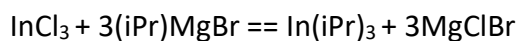
n	1	2	3	4	5	6
M ₁ , г/моль	38,3	76,7	115	153,3	191,7	230

Условию р-элемента удовлетворяет только 115 г/моль – это индий

С учетом решенных ранее молекулярных масс получаем, что O₂=Sb, O₃=N

E=InSb (антимонид индия)

S=InN (нитрид индия)



Кислота, разъедающая стекло – плавиковая кислота HF

В состав W входят In, N, H, F

При этом степень окисления азота и индия в конечном продукте -3 и +3 соответственно.

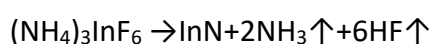
Значит, делаем вывод, что азот и в исходном соединении в степени окисления -3, а значит это соль аммония. Значит, W = (NH₄)_kInF_{k+3}

Составим уравнение:

$$0,1484 = \frac{14k}{115 + 19 \cdot 3 + (14 + 4 + 19)k}$$

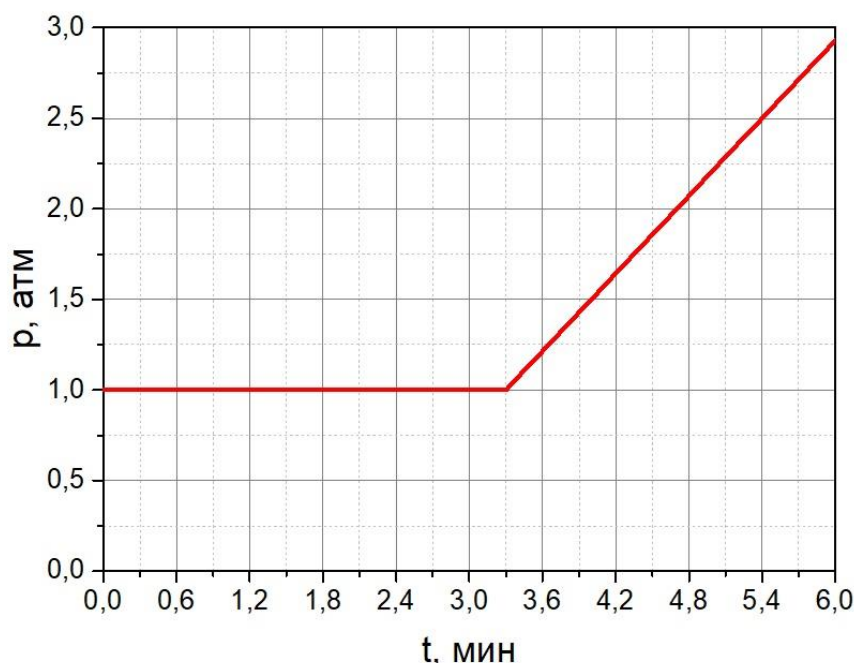
$$k=3$$

Значит W = (NH₄)₃InF₆ - гексафториндидат аммония



Задача по физике. Неизвестный газ (7 баллов)

Вариант 1



В герметичный сосуд объемом $V = 1$ л налили $v = 3,3$ мл воды и начали закачивать некоторый газ со скоростью $u = 0,5$ г/мин при температуре $t = 22^\circ\text{C}$. Начальное давление воздуха в сосуде $p = 1$ атм. График зависимости давления в сосуде от времени изображён на рисунке. Объем жидкости считайте постоянным.

Определите молярную массу газа μ , использованного в эксперименте. Что это за газ? (7 баллов)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 1

На первой стадии (до 3,3 минут) заполнения сосуда неизвестным газом давление не меняется, следовательно газ полностью растворяется в воде. Затем, после насыщения раствора, газ продолжает поступать в сосуд, а давление линейно возрастает в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона. Спустя 5,4 минуты общее давление в сосуде составляет 2,5 атм, то есть парциальное давление газа равно 1,5 атм. Это соответствует $(5,4 - 3,3)$ мин $\cdot 0,5$ г/мин = 1,05 г газа. Таким образом,

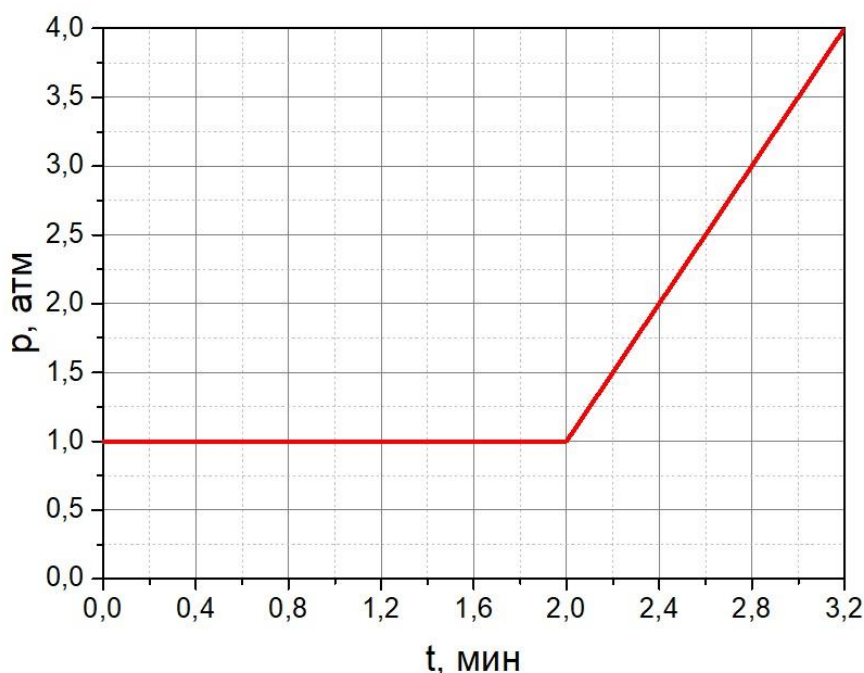
$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$M = \frac{mRT}{pV}$$

$$M = \frac{1,05 \text{ г} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (273 + 22) \text{ К}}{1,5 \cdot 101325 \text{ Па} \cdot (1 - 3,3 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 17 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

Молярная масса 17 г/моль соответствует аммиаку NH_3 .

Вариант 2



В герметичный сосуд объёмом $V = 2$ л налили $v = 14,0$ мл воды и начали закачивать некоторый газ со скоростью $u = 3,5$ г/мин при температуре $t = 21^\circ\text{C}$. Начальное давление воздуха в сосуде $p = 1$ атм. График зависимости давления в сосуде от времени изображён на рисунке. Объём жидкости считайте постоянным.

Определите молярную массу газа μ , использованного в эксперименте. Что это за газ? (7 баллов)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 2

На первой стадии (до 2,0 минут) заполнения сосуда неизвестным газом давление не меняется, следовательно газ полностью растворяется в воде. Затем, после насыщения раствора, газ продолжает поступать в сосуд, а давление линейно возрастает в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона. Спустя 2,8 минуты общее давление в сосуде составляет 3,0 атм, то есть парциальное давление газа равно 2,0 атм. Это соответствует $(2,8 - 2,0)$ мин $\cdot 3,5$ г/мин = 2,8 г газа. Таким образом,

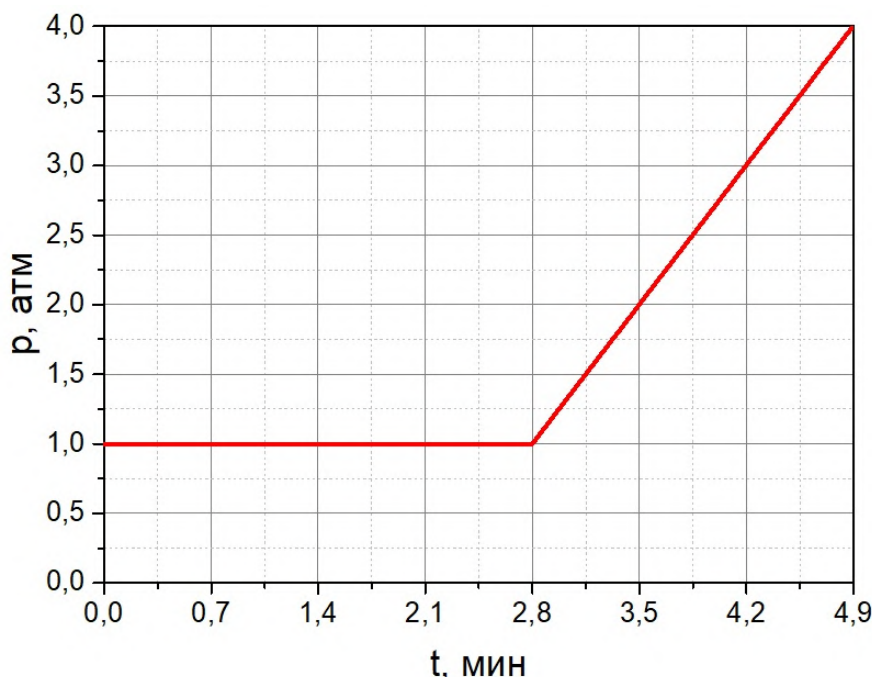
$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$M = \frac{mRT}{pV}$$

$$M = \frac{2,8 \text{ г} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (273 + 21) \text{ К}}{2,0 \cdot 101325 \text{ Па} \cdot (2 - 14 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 17 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

Молярная масса 17 г/моль соответствует аммиаку NH_3 .

Вариант 3



В герметичный сосуд объёмом $V = 1,5$ л налили $v = 8,4$ мл воды и начали закачивать некоторый газ со скоростью $u = 1,5$ г/мин при температуре $t = 22^\circ\text{C}$. Начальное давление воздуха в сосуде $p = 1$ атм. График зависимости давления в сосуде от времени изображён на рисунке. Объём жидкости считайте постоянным.

Определите молярную массу газа μ , использованного в эксперименте. Что это за газ? (7 баллов)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 3

На первой стадии (до 2,8 минут) заполнения сосуда неизвестным газом давление не меняется, следовательно газ полностью растворяется в воде. Затем, после насыщения раствора, газ продолжает поступать в сосуд, а давление линейно возрастает в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона. Спустя 4,2 минуты общее давление в сосуде составляет 3,0 атм, то есть парциальное давление газа равно 2,0 атм. Это соответствует $(4,2 - 2,8)$ мин $\cdot 1,5$ г/мин = 2,1 г газа. Таким образом,

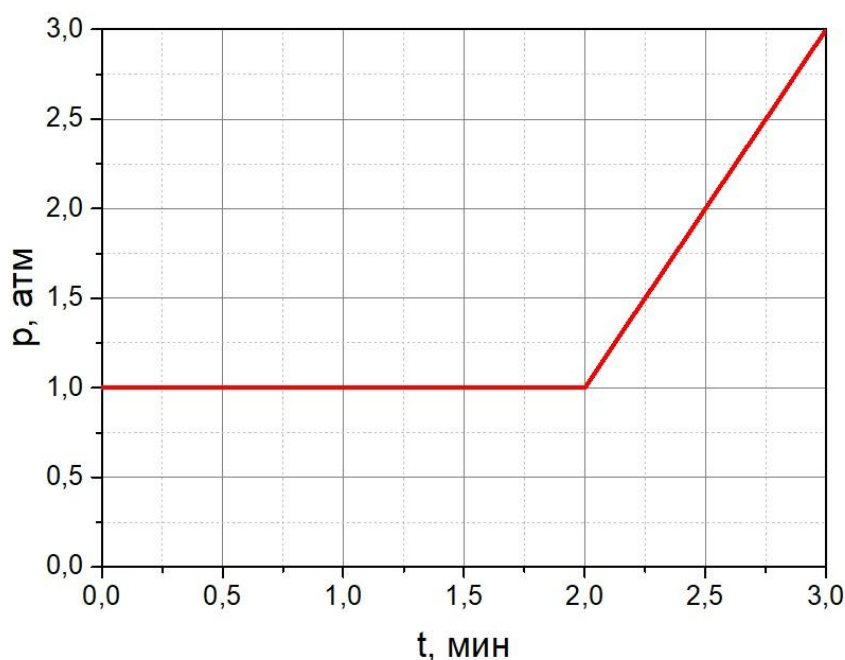
$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$M = \frac{mRT}{pV}$$

$$M = \frac{2,1 \text{ г} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (273 + 22) \text{ К}}{2,0 \cdot 101325 \text{ Па} \cdot (1,5 - 8,4 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 17 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

Молярная масса 17 г/моль соответствует аммиаку NH_3 .

Вариант 4



В герметичный сосуд объемом $V = 2,17$ л налили $v = 12,0$ мл воды и начали закачивать некоторый газ со скоростью $u = 3,0$ г/мин при температуре $t = 25^\circ\text{C}$. Начальное давление воздуха в сосуде $p = 1$ атм. График зависимости давления в сосуде от времени изображён на рисунке. Объём жидкости считайте постоянным.

Определите молярную массу газа μ , использованного в эксперименте. Что это за газ? (7 баллов)

Всего – 7 баллов

Решение варианта 4

На первой стадии (до 2,0 минут) заполнения сосуда неизвестным газом давление не меняется, следовательно газ полностью растворяется в воде. Затем, после насыщения раствора, газ продолжает поступать в сосуд, а давление линейно возрастает в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона. Спустя 2,5 минуты общее давление в сосуде составляет 2,0 атм, то есть парциальное давление газа равно 1,0 атм. Это соответствует $(2,5 - 2,0)$ мин $\cdot 3,0$ г/мин = 1,5 г газа. Таким образом,

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

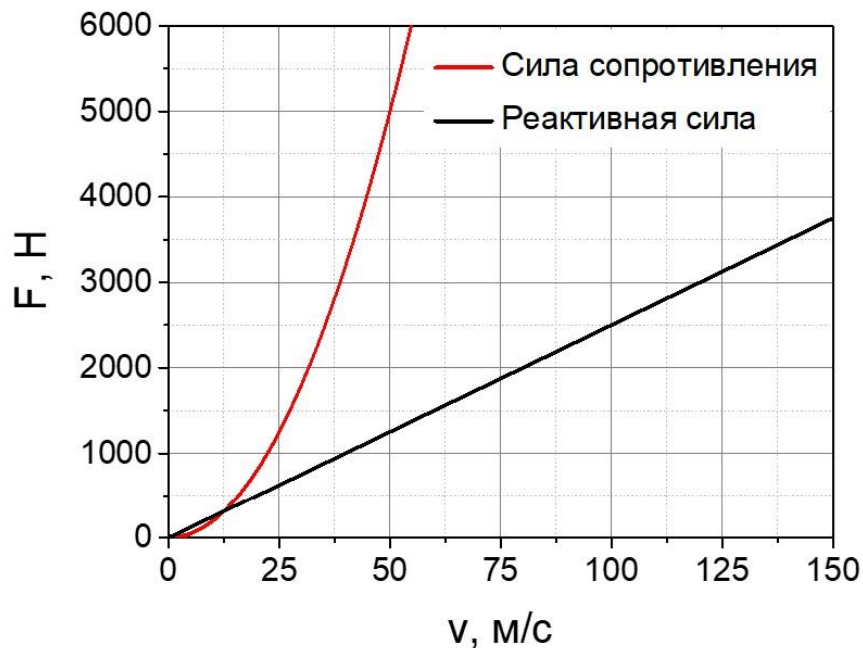
$$M = \frac{mRT}{pV}$$

$$M = \frac{1,5 \text{ г} \cdot 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (273 + 25) \text{ К}}{1,0 \cdot 101325 \text{ Па} \cdot (2,17 - 12 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 17 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

Молярная масса 17 г/моль соответствует аммиаку NH_3 .

Задача по физике. Водомётный двигатель (9 баллов)

Вариант 1

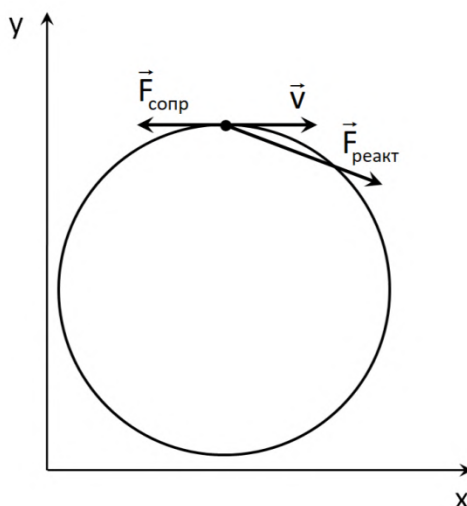


На лодку массой $m = 152$ кг, движущуюся по озеру по круговой траектории радиуса $R = 57$ м, действует сила сопротивления, зависящая от модуля скорости по квадратичному закону, графически представленному на рисунке. Для движения по воде работает водомётный двигатель. Модуль реактивной силы, создаваемой двигателем, зависит от модуля скорости лодки, как показано на том же рисунке.

Найдите установившуюся скорость движения лодки по кругу. Ответ приведите в м/с и округлите до десятых. (9 баллов)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 1



Проекция на ось Ох: $F_{\text{реакт},x} - F_{\text{сопр}} = 0$

Проекция на ось Оу: $F_{\text{реакт},y} = mv^2/R$

Возведём оба уравнения в квадрат.

Проекция на ось Ох: $F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{сопр}}^2$

Проекция на ось Оу: $F_{\text{реакт},y}^2 = \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$

Сложением уравнений для двух проекций получаем

$$F_{\text{реакт},y}^2 + F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

С другой стороны,

$$F_{\text{реакт},y}^2 + F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{реакт}}^2$$

Таким образом,

$$F_{\text{реакт}}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

По чёрному графику (линейная функция)

$$F_{\text{реакт}} = av$$

$$2500 = a \cdot 100$$

$$a = 25$$

Следовательно, реактивная сила $F_{\text{реакт}} = 25v$.

По красному графику (квадратичная функция)

$$F_{\text{сопр}} = bv^2$$

$$5000 = b \cdot 50^2$$

$$b = 2$$

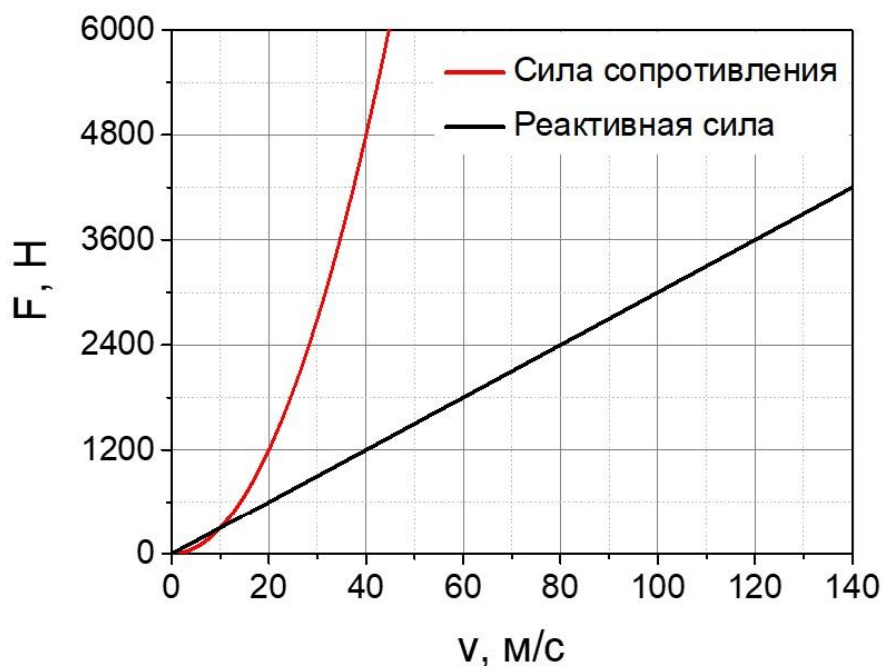
Сила сопротивления $F_{\text{сопр}} = 2v^2$.

Таким образом,

$$\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (2v^2)^2 = (25v)^2$$

$$v = 7,5 \text{ м/с}$$

Вариант 2

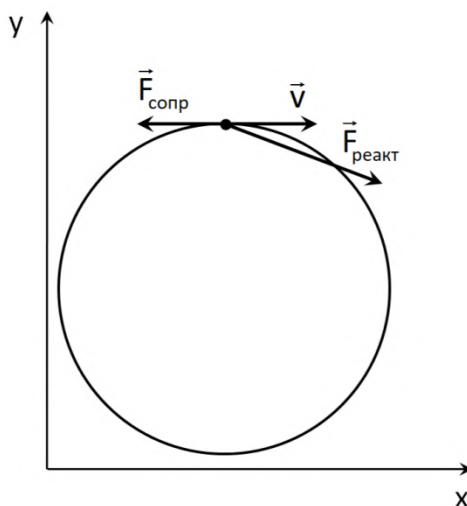


На лодку массой $m = 132$ кг, движущуюся по озеру по круговой траектории радиуса $R = 33$ м, действует сила сопротивления, зависящая от модуля скорости по квадратичному закону, графически представленному на рисунке. Для движения по воде работает водомётный двигатель. Модуль реактивной силы, создаваемой двигателем, зависит от модуля скорости лодки, как показано на том же рисунке.

Найдите установившуюся скорость движения лодки по кругу. Ответ приведите в м/с и округлите до десятых. (9 баллов)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 2



Проекция на ось Ox : $F_{\text{реакт},x} - F_{\text{сопр}} = 0$

Проекция на ось Oy: $F_{\text{реакт},y} = mv^2/R$

Возведём оба уравнения в квадрат.

Проекция на ось Ox: $F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{сопр}}^2$

Проекция на ось Oy: $F_{\text{реакт},y}^2 = \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$

Сложением уравнений для двух проекций получаем

$$F_{\text{реакт},y}^2 + F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

С другой стороны,

$$F_{\text{реакт},y}^2 + F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{реакт}}^2$$

Таким образом,

$$F_{\text{реакт}}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

По чёрному графику (линейная функция)

$$F_{\text{реакт}} = av$$

$$2400 = a \cdot 80$$

$$a = 30$$

Следовательно, реактивная сила $F_{\text{реакт}} = 30v$.

По красному графику (квадратичная функция)

$$F_{\text{сопр}} = bv^2$$

$$4800 = b \cdot 40^2$$

$$b = 3$$

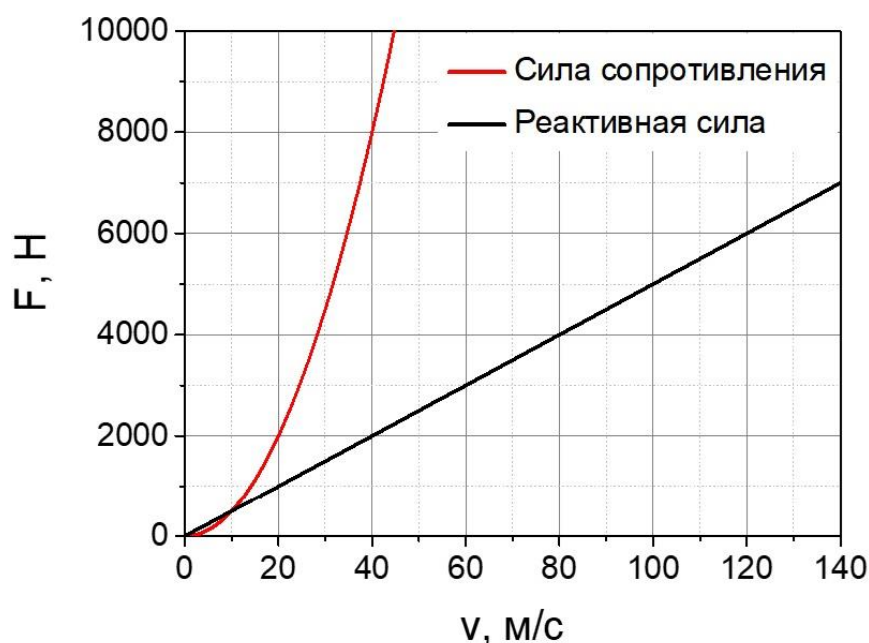
Сила сопротивления $F_{\text{сопр}} = 3v^2$.

Таким образом,

$$\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (3v^2)^2 = (30v)^2$$

$$v = 6,0 \text{ м/с}$$

Вариант 3

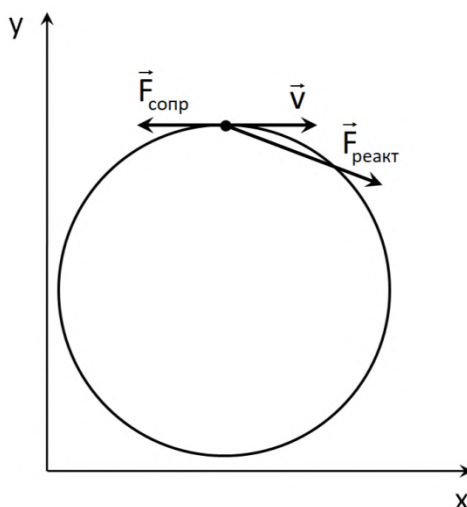


На лодку массой $m = 157$ кг, движущуюся по озеру по круговой траектории радиуса $R = 45$ м, действует сила сопротивления, зависящая от модуля скорости по квадратичному закону, графически представленному на рисунке. Для движения по воде работает водомётный двигатель. Модуль реактивной силы, создаваемой двигателем, зависит от модуля скорости лодки, как показано на том же рисунке.

Найдите установившуюся скорость движения лодки по кругу. Ответ приведите в м/с и округлите до десятых. (9 баллов)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 3



Проекция на ось Ox : $F_{реакт,x} - F_{сопр} = 0$

Проекция на ось Oy : $F_{реакт,y} = mv^2/R$

Возведём оба уравнения в квадрат.

Проекция на ось Ох: $F_{\text{реакт}, x}^2 = F_{\text{сопр}}^2$

Проекция на ось Оу: $F_{\text{реакт}, y}^2 = \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$

Сложением уравнений для двух проекций получаем

$$F_{\text{реакт}, y}^2 + F_{\text{реакт}, x}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

С другой стороны,

$$F_{\text{реакт}, y}^2 + F_{\text{реакт}, x}^2 = F_{\text{реакт}}^2$$

Таким образом,

$$F_{\text{реакт}}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

По чёрному графику (линейная функция)

$$F_{\text{реакт}} = av$$

$$2000 = a \cdot 40$$

$$a = 50$$

Следовательно, реактивная сила $F_{\text{реакт}} = 50v$.

По красному графику (квадратичная функция)

$$F_{\text{сопр}} = bv^2$$

$$8000 = b \cdot 40^2$$

$$b = 5$$

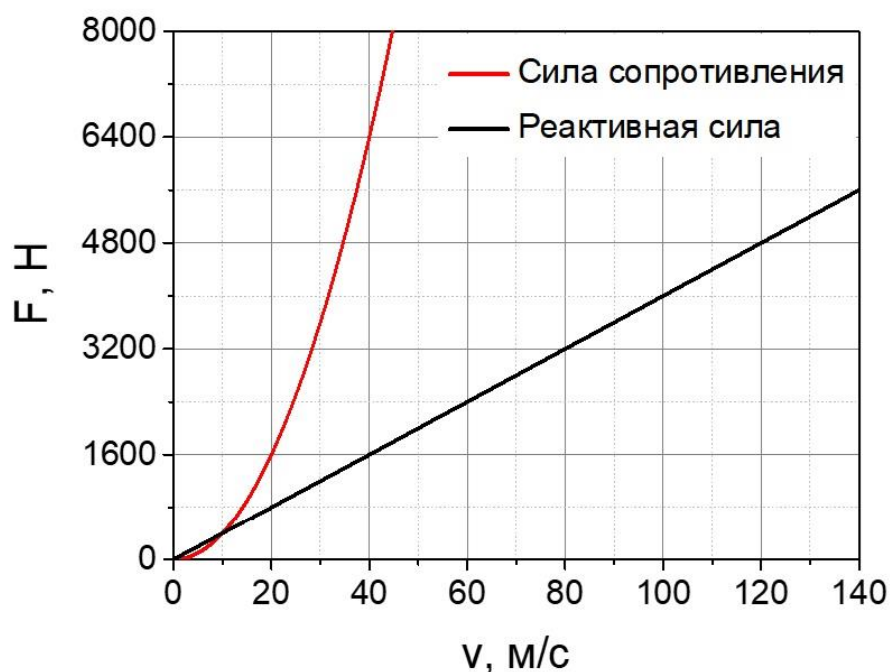
Сила сопротивления $F_{\text{сопр}} = 5v^2$.

Таким образом,

$$\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (5v^2)^2 = (50v)^2$$

$$v = 8,2 \text{ м/с}$$

Вариант 4

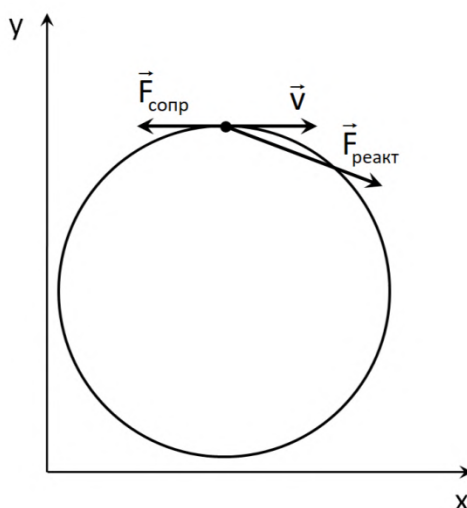


На лодку массой $m = 120$ кг, движущуюся по озеру по круговой траектории радиуса $R = 62$ м, действует сила сопротивления, зависящая от модуля скорости по квадратичному закону, графически представленному на рисунке. Для движения по воде работает водомётный двигатель. Модуль реактивной силы, создаваемой двигателем, зависит от модуля скорости лодки, как показано на том же рисунке.

Найдите установившуюся скорость движения лодки по кругу. Ответ приведите в м/с и округлите до десятых. (9 баллов)

Всего – 9 баллов

Решение варианта 4



Проекция на ось Ox : $F_{реакт,x} - F_{сопр} = 0$

Проекция на ось Oy: $F_{\text{реакт},y} = mv^2/R$

Возведём оба уравнения в квадрат.

Проекция на ось Ox: $F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{сопр}}^2$

Проекция на ось Oy: $F_{\text{реакт},y}^2 = \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$

Сложением уравнений для двух проекций получаем

$$F_{\text{реакт},y}^2 + F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

С другой стороны,

$$F_{\text{реакт},y}^2 + F_{\text{реакт},x}^2 = F_{\text{реакт}}^2$$

Таким образом,

$$F_{\text{реакт}}^2 = F_{\text{сопр}}^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

По чёрному графику (линейная функция)

$$F_{\text{реакт}} = av$$

$$3200 = a \cdot 80$$

$$a = 40$$

Следовательно, реактивная сила $F_{\text{реакт}} = 40v$.

По красному графику (квадратичная функция)

$$F_{\text{сопр}} = bv^2$$

$$6400 = b \cdot 40^2$$

$$b = 4$$

Сила сопротивления $F_{\text{сопр}} = 4v^2$.

Таким образом,

$$\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (4v^2)^2 = (40v)^2$$

$$v = 9,0 \text{ м/с}$$

Задача по физике. Отражения и перспектива (9 баллов)

Вариант 1



Один из близнецов (Близнец-1) стоит у окна в комнате на 1 этаже. На столе в комнате стоит ваза, у неё сферическая центральная часть покрашена глянцевой краской. Близнец-1 видит свое отражение в вазе. Диаметр сферической части вазы $D = 16$ см. Расстояние от Близнеца-1 до вазы $l = 2$ м. Затем Близнец-1 посмотрел в окно на улицу, и увидел своего брата (Близнеца-2) такого же маленького, как и его отражение в вазе.

На каком расстоянии L от Близнеца-1 находится Близнец-2? Рост Близнецов $H = 184$ см. Высота стола $h = 92$ см. **(9 баллов)**

Всего – 9 баллов

Решение варианта 1

Рост отражающегося человека равен $H = 184$ см, размер его изображения h ($h \ll H$). На рисунке 2 приведён ход лучей, формирующих изображение.

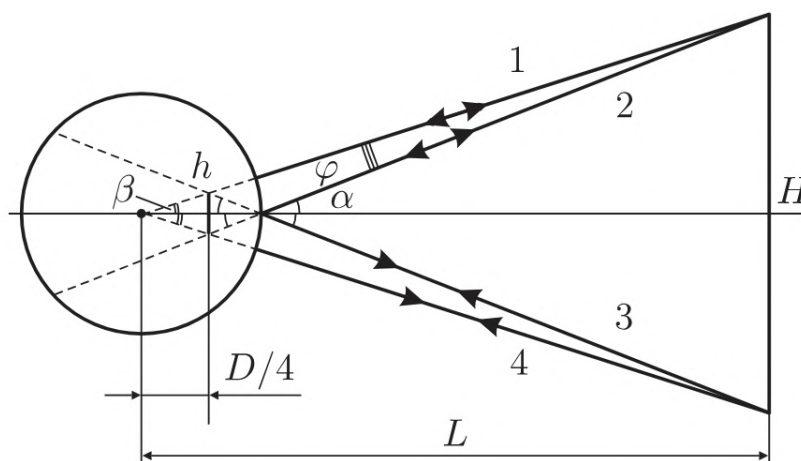


Рисунок 2

Так как $D \ll L$, то угол ϕ между лучами, формирующими изображения головы и ног Близнеца-1, очень мал (изображение головы лежит на пересечении продолжений лучей 1 и 3, а ног — 2 и 4). Поэтому углы α и β примерно одинаковы, а это означает, что изображение Близнеца-1 расположено на расстоянии $\approx D/4$ от центра сферы. Из подобия треугольников следует отношение:

$$\frac{\frac{H}{2}}{L} = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{D}{4}},$$

откуда

$$h = \frac{HD}{4L}.$$

Так как $D \ll L$, то расстояние от Близнеца-1 до изображения примерно равно L . Поэтому угловой размер изображения Близнеца-1 в сфере

$$\phi \approx \frac{\frac{h \cos \alpha}{L}}{\cos \alpha} = \frac{HD}{4L^2} \cos^2 \alpha = \frac{HD}{4L^2} \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + \left(\frac{H}{2}\right)^2}} \right)^2 = \frac{HD}{4L^2 + H^2}.$$

Для того, чтобы Близнец-1 видел Близнеца-2 таким же маленьким, то есть под тем же углом, Близнец-2 должен стоять на таком расстоянии x от Близнеца-1, чтобы выполнялось соотношение: $\phi \cdot x \approx H$. Отсюда

$$\begin{aligned} x \approx \frac{H}{\phi} &= \frac{4L^2 + H^2}{D} = \frac{4(200 \text{ см})^2 + (184 \text{ см})^2}{16 \text{ см}} = \frac{4 \cdot 40000 \text{ см}^2 + 33856 \text{ см}^2}{16 \text{ см}} = \\ &= \frac{193856}{16} \text{ см} = 12116 \text{ см} \approx 121 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ответ: $x = 121 \text{ м}$.

Вариант 2



Девушка гуляла в парке после дождя. Проходя мимо мокрых фигур уличных шахмат в шаре пешки увидела свое отражение. Потом посмотрела в даль аллеи и увидела свою подругу ровно такого же размера, как и свое отражение в шаре.

Найдите расстояние между подругами L . Рост девушек одинаковый $H = 164 \text{ см}$. Диаметр шара пешки $D = 20 \text{ см}$. Расстояние от девушки до пешки $l = 2,2 \text{ м}$. Высота пешки $h = 82 \text{ см}$. **(9 баллов)**

Всего – 9 баллов

Решение варианта 2

Рост отражающейся девушки равен $H = 164$ см, размер её изображения h ($h \ll H$). На рисунке 2 приведён ход лучей, формирующих изображение.

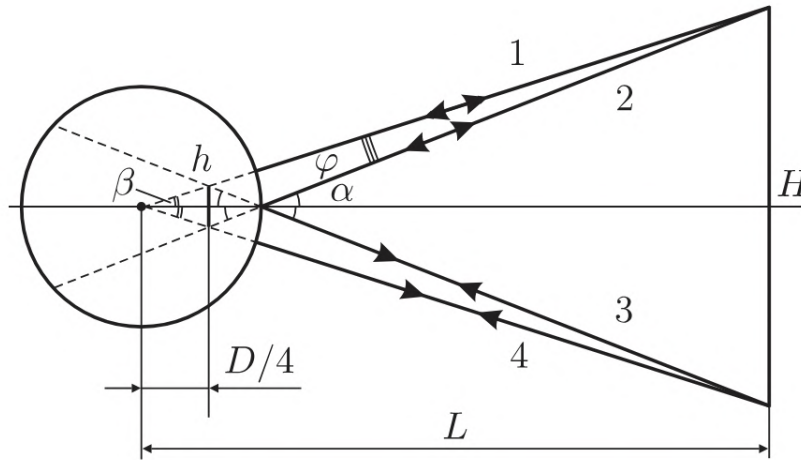


Рисунок 2

Так как $D \ll L$, то угол ϕ между лучами, формирующими изображения головы и ног девушки, очень мал (изображение головы лежит на пересечении продолжений лучей 1 и 3, а ног — 2 и 4). Поэтому углы α и β примерно одинаковы, а это означает, что изображение девушки расположено на расстоянии $\approx D/4$ от центра шара. Из подобия треугольников следует отношение:

$$\frac{H}{L} = \frac{h}{D/4},$$

Откуда

$$h = \frac{HD}{4L}.$$

Так как $D \ll L$, то расстояние от девушки до изображения примерно равно L . Поэтому угловой размер изображения девушки в шаре

$$\phi \approx \frac{h \cos \alpha}{L} = \frac{HD}{4L^2} \cos^2 \alpha = \frac{HD}{4L^2} \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + \left(\frac{H}{2}\right)^2}} \right)^2 = \frac{HD}{4L^2 + H^2}.$$

Для того, чтобы девушка видела подругу такой же маленькой, то есть под тем же углом, подруга должна стоять на таком расстоянии x от девушки, чтобы выполнялось соотношение: $\phi \cdot x \approx H$. Отсюда

$$\begin{aligned} x \approx \frac{H}{\phi} &= \frac{4L^2 + H^2}{D} = \frac{4(220 \text{ см})^2 + (164 \text{ см})^2}{20 \text{ см}} = \frac{4 \cdot 48400 \text{ см}^2 + 26896 \text{ см}^2}{20 \text{ см}} = \\ &= \frac{220496}{20} \text{ см} = 11024,8 \text{ см} \approx 110 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ответ: $x = 110,24$ м.

Вариант 3



Один из близнецов (Близнец-1) стоит у окна в комнате на 1 этаже. На столе в комнате стоит ваза, у неё сферическая центральная часть покрашена глянцевой краской. Близнец-1 видит свое отражение в вазе. Диаметр сферической части вазы $D = 15$ см. Расстояние от Близнца-1 до вазы $l = 1,5$ м. Затем Близнец-1 посмотрел в окно на улицу, и увидел своего брата (Близнца-2) такого же маленького, как и его отражение в вазе.

На каком расстоянии L от Близнца-1 находится Близнец-2? Рост Близнецов $H = 180$ см. Высота стола $h = 90$ см. **(9 баллов)**

Всего – 9 баллов

Решение варианта 3

Рост отражающегося человека равен $H = 180$ см, размер его изображения h ($h \ll H$). На рисунке 2 приведён ход лучей, формирующих изображение.

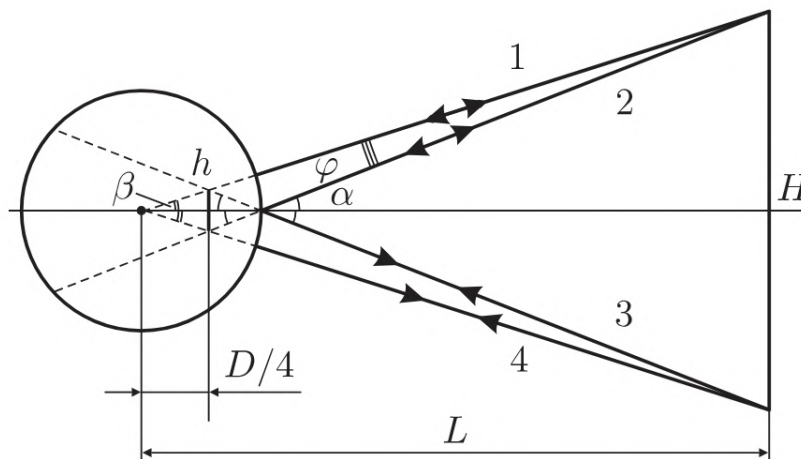


Рисунок 2

Так как $D \ll L$, то угол ϕ между лучами, формирующими изображения головы и ног Близнца-1, очень мал (изображение головы лежит на пересечении продолжений лучей 1 и 3, а ног — 2 и 4). Поэтому углы α и β примерно одинаковы, а это означает, что изображение Близнца-1 расположено на расстоянии $\approx D/4$ от центра сферы. Из подобия треугольников следует отношение:

$$\frac{\frac{H}{2}}{L} = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{D}{4}},$$

откуда

$$h = \frac{HD}{4L}.$$

Так как $D \ll L$, то расстояние от Близнеца-1 до изображения примерно равно L . Поэтому угловой размер изображения Близнеца-1 в сфере

$$\phi \approx \frac{\frac{h \cos \alpha}{L}}{\frac{\cos \alpha}{L}} = \frac{HD}{4L^2} \cos^2 \alpha = \frac{HD}{4L^2} \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + \left(\frac{H}{2}\right)^2}} \right)^2 = \frac{HD}{4L^2 + H^2}.$$

Для того, чтобы Близнец-1 видел Близнеца-2 таким же маленьким, то есть под тем же углом, Близнец-2 должен стоять на таком расстоянии x от Близнеца-1, чтобы выполнялось соотношение: $\phi \cdot x \approx H$. Отсюда

$$x \approx \frac{H}{\phi} = \frac{4L^2 + H^2}{D} = \frac{4(150 \text{ см})^2 + (180 \text{ см})^2}{15 \text{ см}} = \frac{4 \cdot 22500 \text{ см}^2 + 32400 \text{ см}^2}{15 \text{ см}} =$$

$$= \frac{122400}{15} \text{ см} = 8160 \text{ см} = 81,6 \text{ м}.$$

Ответ: $x = 81,6 \text{ м}$.

Вариант 4



Девушка гуляла в парке после дождя. Проходя мимо мокрых фигур уличных шахмат в шаре пешки увидела свое отражение. Потом посмотрела в даль аллеи и увидела свою подругу ровно такого же размера, как и свое отражение в шаре.

Найдите расстояние между подругами L . Рост девушек одинаковый $H = 160 \text{ см}$. Диаметр шара пешки $D = 18 \text{ см}$. Расстояние от девушки до пешки $l = 2 \text{ м}$. Высота пешки $h = 80 \text{ см}$. **(9 баллов)**

Всего – 9 баллов

Решение варианта 4

Рост отражающейся девушки равен $H = 160$ см, размер её изображения h ($h \ll H$). На рисунке 2 приведён ход лучей, формирующих изображение.

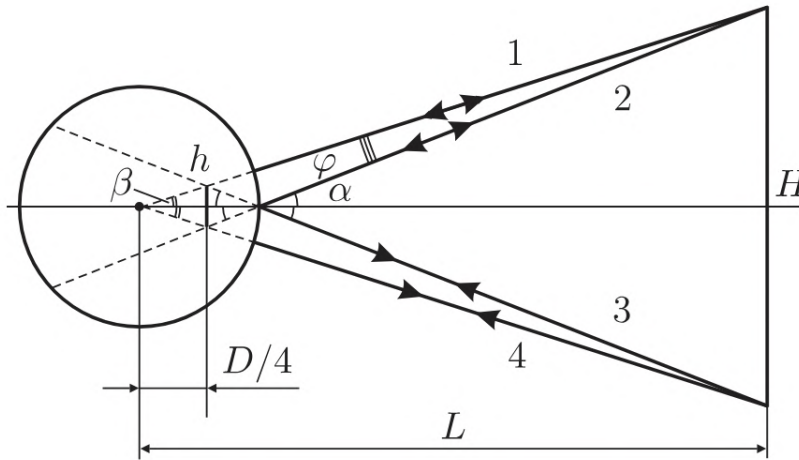


Рисунок 2

Так как $D \ll L$, то угол ϕ между лучами, формирующими изображения головы и ног девушки, очень мал (изображение головы лежит на пересечении продолжений лучей 1 и 3, а ног — 2 и 4). Поэтому углы α и β примерно одинаковы, а это означает, что изображение девушки расположено на расстоянии $\approx D/4$ от центра шара. Из подобия треугольников следует отношение:

$$\frac{H}{L} = \frac{h}{D/4},$$

откуда

$$h = \frac{HD}{4L}.$$

Так как $D \ll L$, то расстояние от девушки до изображения примерно равно L . Поэтому угловой размер изображения девушки в шаре

$$\phi \approx \frac{h \cos \alpha}{L} = \frac{HD}{4L^2} \cos^2 \alpha = \frac{HD}{4L^2} \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + \left(\frac{H}{2}\right)^2}} \right)^2 = \frac{HD}{4L^2 + H^2}.$$

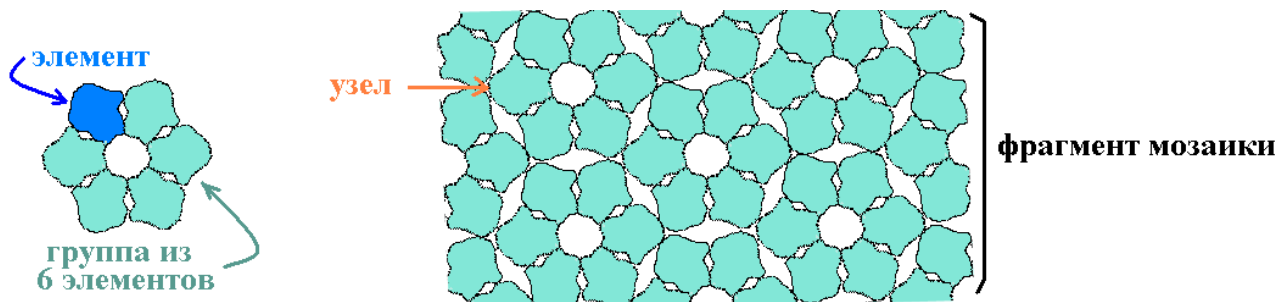
Для того, чтобы девушка видела подругу такой же маленькой, то есть под тем же углом, подруга должна стоять на таком расстоянии x от девушки, чтобы выполнялось соотношение: $\phi \cdot x \approx H$. Отсюда

$$\begin{aligned} x \approx \frac{H}{\phi} &= \frac{4L^2 + H^2}{D} = \frac{4(200 \text{ см})^2 + (160 \text{ см})^2}{18 \text{ см}} = \frac{4 \cdot 40000 \text{ см}^2 + 25600 \text{ см}^2}{18 \text{ см}} = \\ &= \frac{185600}{18} \text{ см} = 10311,11 \text{ см} \approx 103 \text{ м}. \end{aligned}$$

Ответ: $x = 103$ м.

Задача по математике. Вирусная геометрия (5 баллов)

Вариант 1



Оболочка многих вирусов (капсид) представляет собой замкнутую мозаику, которая складывается из одинаковых белковых *элементов*. Элементы в структуре мозаики, в свою очередь, объединены в *группы* по 5, 6 и 7 штук так, что в любом узле мозаики эти группы сходятся по 3 (см. рисунок).

Капсид некоторого гигантского вируса содержит $G_6 = 1164$ групп по 6 элементов, а общее число элементов в группах по 7, N_7 , превышает общее число элементов в группах по 5, N_5 , ровно на $A = 800$. Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, рассчитайте число групп по 5 и 7 элементов, а также общее число элементов N и общее число групп элементов G в таком капсиде.

Всего – 5 баллов

Решение варианта 1

Поскольку поверхность капсида можно представить как многогранник, гранями которого являются пяти-, шести- и семиугольники, сходящиеся в вершине по 3, то к нему применима теорема Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2.$$

Число граней такого многогранника равно числу групп элементов:

$$F = G = G_5 + G_6 + G_7.$$

Общее число элементов в капсиде при этом равно

$$N = 5G_5 + 6G_6 + 7G_7.$$

Число вершин:

$$V = 5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 = N/3.$$

Число ребер:

$$E = 5/2G_5 + 6/2G_6 + 7/2G_7 = N/2.$$

Тогда, с одной стороны,

$$N/3 - N/2 + G = 2,$$

$$N = 6G - 12,$$

а с другой

$$5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 - 5/2G_5 - 6/2G_6 - 7/2G_7 + G_5 + G_6 + G_7 = 2$$

$$G_5 - G_7 = 12.$$

Тогда, вместе с выражением из условия,

$$N_7 - N_5 = 7G_7 - 5G_5 = 800,$$

мы получаем систему уравнений относительно G_5 и G_7 .

$$\begin{cases} G_5 - G_7 = 12 \\ 7G_7 - 5G_5 = 800 \end{cases}$$

Решая ее, получаем

$$G_7 = 0,5A + 30 = 0,5 \cdot 800 + 30 = 430$$

$$G_5 = 12 + G_7 = 0,5A + 42 = 0,5 \cdot 800 + 42 = 442$$

$$G = G_5 + G_6 + G_7 = G_6 + 800 + 72$$

$$G = G_6 + A + 72 = 1164 + 872 = 2036$$

$$N = 6G - 12 = 6 \cdot 2036 - 12 = 12204$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения $G_5 - G_7 = 12$

+0,5 балла за составление системы уравнений

+0,5 балла за корректную формулу для нахождения общего числа элементов $N = 6G - 12$

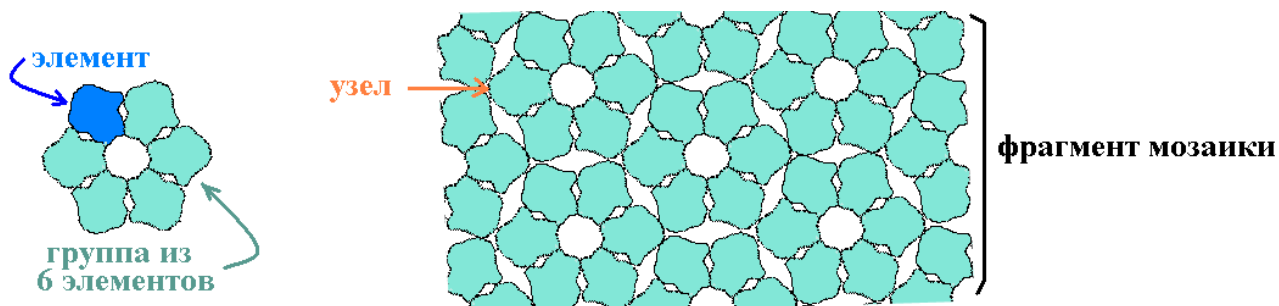
по 0,5 балла за правильное значение числа групп элементов **каждого** из неизвестных типов

+0,5 балла за правильное значение общего числа групп элементов, $G = 2036$

+0,5 балла за правильное значение общего числа элементов, $N = 12204$

и **1,5 балла** – за ход решения и его подробное описание; балл теряется, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Вариант 2



Оболочка многих вирусов (капсид) представляет собой замкнутую мозаику, которая складывается из одинаковых белковых *элементов*. Элементы в структуре мозаики, в свою очередь, объединены в *группы* по 5, 6 и 7 штук так, что в любом узле мозаики эти группы сходятся по 3 (см. рисунок).

Капсид некоторого гигантского вируса содержит $G_6 = 1364$ групп по 6 элементов, а общее число элементов в группах по 7, N_7 , превышает общее число элементов в группах по 5, N_5 , ровно на $A = 600$. Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, рассчитайте число групп по 5 и 7 элементов, а также общее число элементов N и общее число групп элементов G в таком капсиде.

Всего – 5 баллов

Решение варианта 2

Поскольку поверхность капсида можно представить как многогранник, гранями которого являются пяти-, шести- и семиугольники, сходящиеся в вершине по 3, то к нему применима теорема Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2.$$

Число граней такого многогранника равно числу групп элементов:

$$F = G = G_5 + G_6 + G_7.$$

Общее число элементов в капсиде при этом равно

$$N = 5G_5 + 6G_6 + 7G_7.$$

Число вершин:

$$V = 5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 = N/3.$$

Число ребер:

$$E = 5/2G_5 + 6/2G_6 + 7/2G_7 = N/2.$$

Тогда, с одной стороны,

$$N/3 - N/2 + G = 2,$$



$$N = 6G - 12,$$

а с другой

$$5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 - 5/2G_5 - 6/2G_6 - 7/2G_7 + G_5 + G_6 + G_7 = 2$$

$$G_5 - G_7 = 12.$$

Тогда, вместе с выражением из условия,

$$N_7 - N_5 = 7G_7 - 5G_5 = 600,$$

мы получаем систему уравнений относительно G_5 и G_7 .

$$\begin{cases} G_5 - G_7 = 12 \\ 7G_7 - 5G_5 = 600 \end{cases}$$

Решая ее, получаем

$$G_7 = 0,5A + 30 = 0,5 \cdot 600 + 30 = 330$$

$$G_5 = 12 + G_7 = 0,5A + 42 = 0,5 \cdot 600 + 42 = 342$$

$$G = G_5 + G_6 + G_7 = G_6 + 600 + 72$$

$$G = 1364 + 672 = 2036$$

$$N = 6G - 12 = 6 \cdot 2036 - 12 = 12204$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения $G_5 - G_7 = 12$

+0,5 балла за составление системы уравнений

+0,5 балла за корректную формулу для нахождения общего числа элементов $N = 6G - 12$

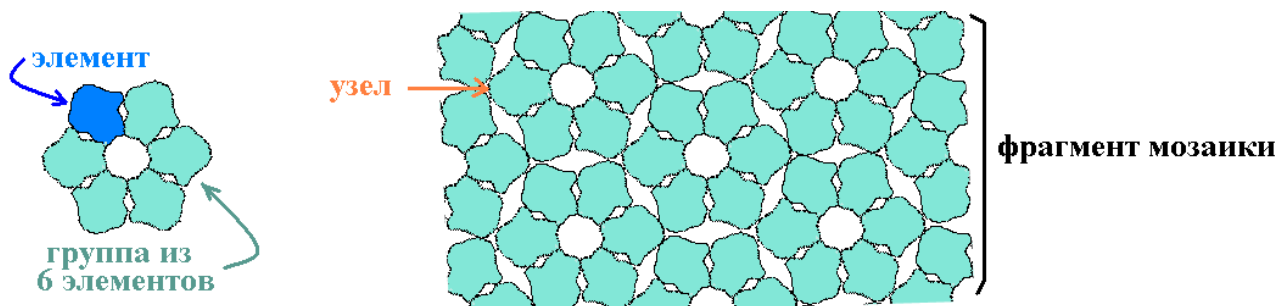
по 0,5 балла за правильное значение числа групп элементов **каждого** из неизвестных типов

+0,5 балла за правильное значение общего числа групп элементов, $G = 2036$

+0,5 балла за правильное значение общего числа элементов, $N = 12204$

и **1,5 балла** – за ход решения и его подробное описание; балл теряется, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Вариант 3



Оболочка многих вирусов (капсид) представляет собой замкнутую мозаику, которая складывается из одинаковых белковых *элементов*. Элементы в структуре мозаики, в свою очередь, объединены в *группы* по 5, 6 и 7 штук так, что в любом узле мозаики эти группы сходятся по 3 (см. рисунок).

Капсид некоторого гигантского вируса содержит $G_6 = 1564$ групп по 6 элементов, а общее число элементов в группах по 7, N_7 , превышает общее число элементов в группах по 5, N_5 , ровно на $A = 400$. Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, рассчитайте число групп по 5 и 7 элементов, а также общее число элементов N и общее число групп элементов G в таком капсиде.

Всего – 5 баллов

Решение варианта 3

Поскольку поверхность капсида можно представить как многогранник, гранями которого являются пяти-, шести- и семиугольники, сходящиеся в вершине по 3, то к нему применима теорема Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2.$$

Число граней такого многогранника равно числу групп элементов:

$$F = G = G_5 + G_6 + G_7.$$

Общее число элементов в капсиде при этом равно

$$N = 5G_5 + 6G_6 + 7G_7.$$

Число вершин:

$$V = 5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 = N/3.$$

Число ребер:

$$E = 5/2G_5 + 6/2G_6 + 7/2G_7 = N/2.$$

Тогда, с одной стороны,

$$N/3 - N/2 + G = 2,$$



$$N = 6G - 12,$$

а с другой

$$5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 - 5/2G_5 - 6/2G_6 - 7/2G_7 + G_5 + G_6 + G_7 = 2$$

$$G_5 - G_7 = 12.$$

Тогда, вместе с выражением из условия,

$$N_7 - N_5 = 7G_7 - 5G_5 = 400,$$

мы получаем систему уравнений относительно G_5 и G_7 .

$$\begin{cases} G_5 - G_7 = 12 \\ 7G_7 - 5G_5 = 400 \end{cases}$$

Решая ее, получаем

$$G_7 = 0,5A + 30 = 0,5 \cdot 400 + 30 = 230$$

$$G_5 = 12 + G_7 = 0,5A + 42 = 0,5 \cdot 400 + 42 = 242$$

$$G = G_5 + G_6 + G_7 = G_6 + 400 + 72$$

$$G = 1564 + 472 = 2036$$

$$N = 6G - 12 = 6 \cdot 2036 - 12 = 12204$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения $G_5 - G_7 = 12$

+0,5 балла за составление системы уравнений

+0,5 балла за корректную формулу для нахождения общего числа элементов $N = 6G - 12$

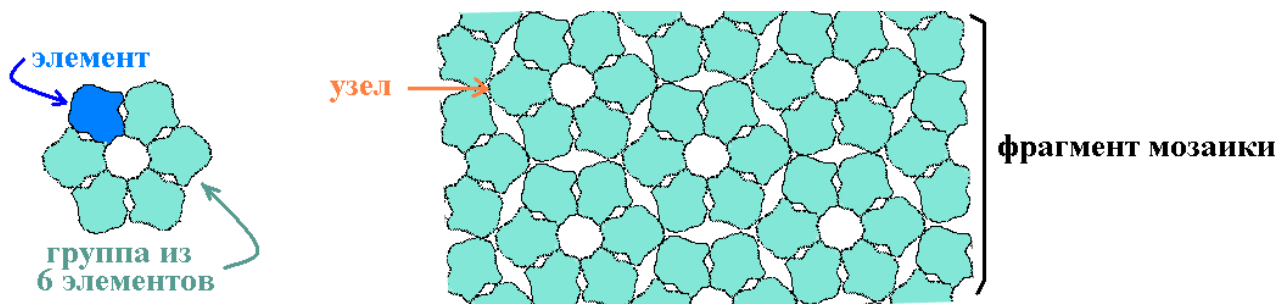
по 0,5 балла за правильное значение числа групп элементов **каждого** из неизвестных типов

+0,5 балла за правильное значение общего числа групп элементов, $G = 2036$

+0,5 балла за правильное значение общего числа элементов, $N = 12204$

и **1,5 балла** – за ход решения и его подробное описание; балл теряется, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Вариант 4



Оболочка многих вирусов (капсид) представляет собой замкнутую мозаику, которая складывается из одинаковых белковых *элементов*. Элементы в структуре мозаики, в свою очередь, объединены в *группы* по 5, 6 и 7 штук так, что в любом узле мозаики эти группы сходятся по 3 (см. рисунок).

Капсид некоторого гигантского вируса содержит $G_6 = 1764$ групп по 6 элементов, а общее число элементов в группах по 7, N_7 , превышает общее число элементов в группах по 5, N_5 , ровно на $A = 200$. Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, рассчитайте число групп по 5 и 7 элементов, а также общее число элементов N и общее число групп элементов G в таком капсиде.

Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

Поскольку поверхность капсида можно представить как многогранник, гранями которого являются пяти-, шести- и семиугольники, сходящиеся в вершине по 3, то к нему применима теорема Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2.$$

Число граней такого многогранника равно числу групп элементов:

$$F = G = G_5 + G_6 + G_7.$$

Общее число элементов в капсиде при этом равно

$$N = 5G_5 + 6G_6 + 7G_7.$$

Число вершин:

$$V = 5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 = N/3.$$

Число ребер:

$$E = 5/2G_5 + 6/2G_6 + 7/2G_7 = N/2.$$

Тогда, с одной стороны,

$$N/3 - N/2 + G = 2,$$



$$N = 6G - 12,$$

а с другой

$$5/3G_5 + 6/3G_6 + 7/3G_7 - 5/2G_5 - 6/2G_6 - 7/2G_7 + G_5 + G_6 + G_7 = 2$$

$$G_5 - G_7 = 12.$$

Тогда, вместе с выражением из условия,

$$N_7 - N_5 = 7G_7 - 5G_5 = 200,$$

мы получаем систему уравнений относительно G_5 и G_7 .

$$\begin{cases} G_5 - G_7 = 12 \\ 7G_7 - 5G_5 = 200 \end{cases}$$

Решая ее, получаем

$$G_7 = 0,5A + 30 = 0,5 \cdot 200 + 30 = 130$$

$$G_5 = 12 + G_7 = 0,5A + 42 = 0,5 \cdot 200 + 42 = 142$$

$$G = G_5 + G_6 + G_7 = G_6 + 200 + 72$$

$$G = 1764 + 272 = 2036$$

$$N = 6G - 12 = 6 \cdot 2036 - 12 = 12204$$

Критерии оценки:

+0,5 балла за грамотную подстановку данных из условия в теорему Эйлера и получение уравнения $G_5 - G_7 = 12$

+0,5 балла за составление системы уравнений

+0,5 балла за корректную формулу для нахождения общего числа элементов $N = 6G - 12$

по 0,5 балла за правильное значение числа групп элементов **каждого** из неизвестных типов

+0,5 балла за правильное значение общего числа групп элементов, $G = 2036$

+0,5 балла за правильное значение общего числа элементов, $N = 12204$

и **1,5 балла** – за ход решения и его подробное описание; балл теряется, если нет вывода ключевых формул и хода решения уравнений

Задача по математике. Мегапиксели на пределе (7 баллов)**Вариант 1**

В эпоху, когда нанотехнологии постоянно бьют рекорды миниатюризации, превращая кремниевые чипы в произведения инженерного искусства и обеспечивая непрерывное уменьшение размеров их функциональных элементов, производители смартфонов ведут бесконечную гонку, меряясь главным показателем — числом мегапикселей своих камер. Эта мощная, продиктованная нанотехнологиями, волна прогресса приводит к штурму рынка моделями с десятками и даже сотнями мегапикселей, и неизбежно возникает ключевой вопрос: где же проходит разумный предел миниатюризации, за которым начинается чистый маркетинг?

Законы оптики и геометрии накладывают строгие ограничения на максимальное число мегапикселей камеры, и эти ограничения двояки. Во-первых, существует физический (дифракционный) предел, налагаемый самой природой света: нет смысла уменьшать размер пикселя меньше некоторого минимального порога, который для видимого света составляет примерно 500 нм. Во-вторых, компактные размеры телефона жестко лимитируют максимальный размер самой матрицы. Максимальный «флагманский» сенсор представляет собой прямоугольник с соотношением сторон 4:3, чья диагональ составляет 1/1,33 дюйма (где 1 дюйм = 16 мм по старой телевизионной традиции).

1. Основываясь на приведенных ограничениях, рассчитайте максимальное количество мегапикселей в таком телефоне. (4 балла)

Прежде чем сохранить финальное сжатое в JPEG изображение, процессор должен считать весь сигнал с сенсора.

2. Рассчитайте, какой максимальный объем (в Мегабайтах) займет считанное таким образом «сырое» изображение (RAW), если при считывании с каждого пикселя можно «различить» 16384 градаций яркости. (2 балла)
3. Рассчитайте итоговый размер JPEG картинки (в Мегабайтах), если процессор сжимает «сырое» изображение в 12 раз. (1 балл)

Для расчетов примите, что $1 \text{ МБ} = 10^6 \text{ Байт}$.

Всего – 7 баллов

Решение варианта 1

1. Определим максимально возможное количество пикселей, которое можно разместить на матрице размером 1/1,33 дюйма при минимальном размере пикселя 500 нм.

Переведем размер диагонали матрицы в миллиметры:

$$D = 16 \text{ мм} / 1,33 \approx 12 \text{ мм}.$$

Для соотношения 4:3 диагональ **D** связана со сторонами **W** (ширина) и **H** (высота) соотношением

$$D^2 = W^2 + H^2 = (4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2.$$

Отсюда **x**:

$$x = D/5 = 12/5 = 2,4 \text{ мм}.$$

Тогда **W** = 4·2,4 = 9,6 мм, **H** = 3·2,4 = 7,2 мм, а площадь матрицы

$$S_{\text{сенс}} = WH = 9,6 \cdot 7,2 = 69,12 \text{ мм}^2.$$

Теперь найдем **N_{max,abs}**:

$$N_{\text{max,abs}} = \frac{S_{\text{сенс}}}{S_{\text{pix}}} = \frac{69,12 \text{ мм}^2}{(0,0005 \text{ мм})^2} \approx 276480000 \text{ пикс.} \approx 276,5 \text{ МП}$$

2. Количество градаций определяет глубину цвета (**B**):

$$B = \log_2(\text{Градаций}) = \log_2(16384) = 14 \text{ бит/пикс.}$$

Тогда объем «сырого» файла составляет:

$$V_{\text{RAW}} = \frac{N_{\text{max,abs}} \cdot B}{8 \text{ бит/байт} \cdot 10^6 \text{ Мбайт/байт}} = \frac{276480000 \cdot 14}{8 \cdot 10^6} \approx 483,84 \text{ МБ}$$

3. Сжимая полученный объем в **K_{сж}** раз, получаем

$$V_{\text{JPEG}} = 483,84/12 = 40,32 \text{ МБ}.$$

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за **W** = 9,6 мм, **H** = 7,2 мм, **S** = 69,12 мм² и 276,5 МП (при расчете через число пикселей на сторону – **+0,5 балла** суммарно за оба значения, вместо балла за площадь сенсора), **1 балл** за запись теоремы Пифагора и решение полученного уравнения, **1 балл** за все остальные расчеты и описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода формул.

2. **1 балл** за обоснованный вывод числа градаций; при указании значения без его обоснования балл снижался, **1 балл** за расчет объема сырого файла.
3. **1 балл** за расчет итогового размера файла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 2



В эпоху, когда нанотехнологии постоянно бьют рекорды миниатюризации, превращая кремниевые чипы в произведения инженерного искусства и обеспечивая непрерывное уменьшение размеров их функциональных элементов, производители смартфонов ведут бесконечную гонку, меряясь главным показателем — числом мегапикселей своих камер. Эта мощная, продиктованная нанотехнологиями, волна прогресса приводит к штурму рынка моделями с десятками и даже сотнями мегапикселей, и неизбежно возникает ключевой вопрос: где же проходит разумный предел миниатюризации, за которым начинается чистый маркетинг?

Законы оптики и геометрии накладывают строгие ограничения на максимальное число мегапикселей камеры, и эти ограничения двояки. Во-первых, существует физический (дифракционный) предел, налагаемый самой природой света: нет смысла уменьшать размер пикселя меньше некоторого минимального порога, который для видимого света составляет примерно 500 нм. Во-вторых, компактные размеры телефона жестко лимитируют максимальный размер самой матрицы. Максимальный «флагманский» сенсор представляет собой прямоугольник с соотношением сторон 4:3, чья диагональ составляет 1/1,33 дюйма (где 1 дюйм = 16 мм по старой телевизионной традиции).

1. Основываясь на приведенных ограничениях, рассчитайте максимальное количество мегапикселей в таком телефоне. (**4 балла**)

Прежде чем сохранить финальное сжатое в JPEG изображение, процессор должен считать весь сигнал с сенсора.

2. Рассчитайте, какой максимальный объем (в Мегабайтах) займет считанное таким образом «сырое» изображение (RAW), если при считывании с каждого пикселя можно «различить» 16384 градаций яркости. (2 балла)
3. Рассчитайте итоговый размер JPEG картинки (в Мегабайтах), если процессор сжимает «сырое» изображение в 14 раз. (1 балл)

Для расчетов примите, что 1 МБ = 10^6 Байт.

Всего – 7 баллов

Решение варианта 2

1. Определим максимально возможное количество пикселей, которое можно разместить на матрице размером 1/1,33 дюйма при минимальном размере пикселя 500 нм.

Переведем размер диагонали матрицы в миллиметры:

$$D = 16 \text{ мм} / 1,33 \approx 12 \text{ мм}.$$

Для соотношения 4:3 диагональ **D** связана со сторонами **W** (ширина) и **H** (высота) соотношением

$$D^2 = W^2 + H^2 = (4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2.$$

Отсюда **x**:

$$x = D/5 = 12/5 = 2,4 \text{ мм}.$$

Тогда **W** = 4·2,4 = 9,6 мм, **H** = 3·2,4 = 7,2 мм, а площадь матрицы

$$S_{\text{сенс}} = WH = 9,6 \cdot 7,2 = 69,12 \text{ мм}^2.$$

Теперь найдем **N_{max,abs}**:

$$N_{\text{max,abs}} = \frac{S_{\text{сенс}}}{S_{\text{pix}}} = \frac{69,12 \text{ мм}^2}{(0,0005 \text{ мм})^2} \approx 276480000 \text{ пикс.} \approx 276,5 \text{ МП}$$

2. Количество градаций определяет глубину цвета (**B**):

$$B = \log_2(\text{Градаций}) = \log_2(16384) = 14 \text{ бит/пикс.}$$

Тогда объем «сырого» файла составляет:

$$V_{\text{RAW}} = \frac{N_{\text{max,abs}} \cdot B}{8 \text{ бит/байт} \cdot 10^6 \text{ Мбайт/байт}} = \frac{276480000 \cdot 14}{8 \cdot 10^6} \approx 483,84 \text{ МБ}$$

3. Сжимая полученный объем в $K_{сж}$ раз, получаем

$$V_{JPEG} = 483,84/14 = 34,56 \text{ МБ.}$$

Начисление баллов по вопросам:

4. по **0,5 балла** за $W = 9,6 \text{ мм}$, $H = 7,2 \text{ мм}$, $S = 69,12 \text{ мм}^2$ и 276,5 МП (при расчете через число пикселей на сторону – **+0,5 балла** суммарно за оба значения, вместо балла за площадь сенсора), **1 балл** за запись теоремы Пифагора и решение полученного уравнения, **1 балл** за все остальные расчеты и описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода формул.
5. **1 балл** за обоснованный вывод числа градаций; при указании значения без его обоснования балл снижался, **1 балл** за расчет объема сырого файла.
6. **1 балл** за расчет итогового размера файла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 3



В эпоху, когда нанотехнологии постоянно бьют рекорды миниатюризации, превращая кремниевые чипы в произведения инженерного искусства и обеспечивая непрерывное уменьшение размеров их функциональных элементов, производители смартфонов ведут бесконечную гонку, меряясь главным показателем — числом мегапикселей своих камер. Эта мощная, продиктованная нанотехнологиями, волна прогресса приводит к штурму рынка моделями с десятками и даже сотнями мегапикселей, и неизбежно возникает ключевой вопрос: где же проходит разумный предел миниатюризации, за которым начинается чистый маркетинг?

Законы оптики и геометрии накладывают строгие ограничения на максимальное число мегапикселей камеры, и эти ограничения двояки. Во-первых, существует физический (дифракционный) предел, налагаемый самой природой света: нет смысла уменьшать размер пикселя меньше некоторого минимального порога, который для видимого света составляет примерно 500 нм. Во-вторых, компактные размеры телефона жестко лимитируют максимальный размер самой матрицы. Максимальный «флагманский» сенсор представляет собой прямоугольник с соотношением сторон 4:3, чья диагональ составляет 1/1,33 дюйма (где 1 дюйм = 16 мм по старой телевизионной традиции).

1. Основываясь на приведенных ограничениях, рассчитайте максимальное количество мегапикселей в таком телефоне. (4 балла)

Прежде чем сохранить финальное сжатое в JPEG изображение, процессор должен считать весь сигнал с сенсора.

2. Рассчитайте, какой максимальный объем (в Мегабайтах) займет считанное таким образом «сырое» изображение (RAW), если при считывании с каждого пикселя можно «различить» 16384 градаций яркости. (2 балла)
3. Рассчитайте итоговый размер JPEG картинки (в Мегабайтах), если процессор сжимает «сырое» изображение в 16 раз. (1 балл)

Для расчетов примите, что $1 \text{ МБ} = 10^6 \text{ Байт}$.

Всего – 7 баллов

Решение варианта 3

1. Определим максимально возможное количество пикселей, которое можно разместить на матрице размером 1/1,33 дюйма при минимальном размере пикселя 500 нм.

Переведем размер диагонали матрицы в миллиметры:

$$D = 16 \text{ мм} / 1,33 \approx 12 \text{ мм}.$$

Для соотношения 4:3 диагональ D связана со сторонами W (ширина) и H (высота) соотношением

$$D^2 = W^2 + H^2 = (4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2.$$

Отсюда x :

$$x = D/5 = 12/5 = 2,4 \text{ мм}.$$

Тогда $W = 4 \cdot 2,4 = 9,6 \text{ мм}$, $H = 3 \cdot 2,4 = 7,2 \text{ мм}$, а площадь матрицы

$$S_{\text{сенс}} = WH = 9,6 \cdot 7,2 = 69,12 \text{ мм}^2.$$

Теперь найдем $N_{\text{max,abs}}$:

$$N_{max,abs} = \frac{S_{сeнс}}{S_{pix}} = \frac{69,12\text{мм}^2}{(0,0005\text{мм})^2} \approx 276480000 \text{ пикс.} \approx 276,5 \text{ МП}$$

2. Количество градаций определяет глубину цвета (**B**):

$$B = \log_2(\text{Градаций}) = \log_2(16384) = 14 \text{ бит/пикс.}$$

Тогда объем «сырого» файла составляет:

$$V_{RAW} = \frac{N_{max,abs} \cdot B}{8 \text{ бит/байт} \cdot 10^6 \text{ Мбайт/байт}} = \frac{276480000 \cdot 14}{8 \cdot 10^6} \approx 483,84 \text{ МБ}$$

3. Сжимая полученный объем в **K_{сж}** раз, получаем

$$V_{JPEG} = 483,84/16 = 30,24 \text{ МБ.}$$

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за **W** = 9,6 мм, **H** = 7,2 мм, **S** = 69,12 мм² и 276,5 МП (при расчете через число пикселей на сторону – **+0,5 балла** суммарно за оба значения, вместо балла за площадь сенсора), **1 балл** за запись теоремы Пифагора и решение полученного уравнения, **1 балл** за все остальные расчеты и описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода формул.
2. **1 балл** за обоснованный вывод числа градаций; при указании значения без его обоснования балл снижался, **1 балл** за расчет объема сырого файла.
3. **1 балл** за расчет итогового размера файла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 4

В эпоху, когда нанотехнологии постоянно бьют рекорды миниатюризации, превращая кремниевые чипы в произведения инженерного искусства и обеспечивая непрерывное уменьшение размеров их функциональных элементов, производители смартфонов ведут бесконечную гонку, меряясь главным показателем — числом мегапикселей своих камер. Эта мощная, продиктованная нанотехнологиями, волна прогресса приводит к штурму рынка моделями с десятками и даже сотнями мегапикселей, и неизбежно возникает ключевой вопрос: где же проходит разумный предел миниатюризации, за которым начинается чистый маркетинг?

Законы оптики и геометрии накладывают строгие ограничения на максимальное число мегапикселей камеры, и эти ограничения двояки. Во-первых, существует физический (дифракционный) предел, налагаемый самой природой света: нет смысла уменьшать размер пикселя меньше некоторого минимального порога, который для видимого света составляет примерно 500 нм. Во-вторых, компактные размеры телефона жестко лимитируют максимальный размер самой матрицы. Максимальный «флагманский» сенсор представляет собой прямоугольник с соотношением сторон 4:3, чья диагональ составляет 1/1,33 дюйма (где 1 дюйм = 16 мм по старой телевизионной традиции).

- 1. Основываясь на приведенных ограничениях, рассчитайте максимальное количество мегапикселей в таком телефоне. (4 балла)**

Прежде чем сохранить финальное сжатое в JPEG изображение, процессор должен считать весь сигнал с сенсора.

- 2. Рассчитайте, какой максимальный объем (в Мегабайтах) займет считанное таким образом «сырое» изображение (RAW), если при считывании с каждого пикселя можно «различить» 16384 градаций яркости. (2 балла)**
- 3. Рассчитайте итоговый размер JPEG картинки (в Мегабайтах), если процессор сжимает «сырое» изображение в 18 раз. (1 балл)**

Для расчетов примите, что $1 \text{ МБ} = 10^6 \text{ Байт}$.

Всего – 7 баллов

Решение варианта 4

1. Определим максимально возможное количество пикселей, которое можно разместить на матрице размером 1/1,33 дюйма при минимальном размере пикселя 500 нм.

Переведем размер диагонали матрицы в миллиметры:

$$D = 16 \text{ мм} / 1,33 \approx 12 \text{ мм}.$$

Для соотношения 4:3 диагональ **D** связана со сторонами **W** (ширина) и **H** (высота) соотношением

$$D^2 = W^2 + H^2 = (4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2.$$

Отсюда **x**:

$$x = D/5 = 12/5 = 2,4 \text{ мм}.$$

Тогда **W** = 4·2,4 = 9,6 мм, **H** = 3·2,4 = 7,2 мм, а площадь матрицы

$$S_{\text{сенс}} = WH = 9,6 \cdot 7,2 = 69,12 \text{ мм}^2.$$

Теперь найдем **N_{max,abs}**:

$$N_{max,abs} = \frac{S_{\text{сенс}}}{S_{pix}} = \frac{69,12 \text{ мм}^2}{(0,0005 \text{ мм})^2} \approx 276480000 \text{ пикс.} \approx 276,5 \text{ МП}$$

2. Количество градаций определяет глубину цвета (**B**):

$$B = \log_2(\text{Градаций}) = \log_2(16384) = 14 \text{ бит/пикс.}$$

Тогда объем «сырого» файла составляет:

$$V_{RAW} = \frac{N_{max,abs} \cdot B}{8 \text{ бит/байт} \cdot 10^6 \text{ Мбайт/байт}} = \frac{276480000 \cdot 14}{8 \cdot 10^6} \approx 483,84 \text{ МБ}$$

3. Сжимая полученный объем в **K_{сж}** раз, получаем

$$V_{JPEG} = 483,84/18 = 26,88 \text{ МБ}.$$

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за **W** = 9,6 мм, **H** = 7,2 мм, **S** = 69,12 мм² и 276,5 МП (при расчете через число пикселей на сторону – **+0,5 балла** суммарно за оба значения, вместо балла за площадь сенсора), **1 балл** за запись теоремы Пифагора и решение полученного уравнения, **1 балл** за все остальные расчеты и описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода формул.

2. **1 балл** за обоснованный вывод числа градаций; при указании значения без его обоснования балл снижался, **1 балл** за расчет объема сырого файла.
3. **1 балл** за расчет итогового размера файла.

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Задача по математике. По следам Нобелевской премии (13 баллов)

Вариант 1



Нобелевская премия по химии 2025 года была присуждена за разработку металл-органических каркасов (МОФ) — нового класса высокопористых материалов. Эти материалы, созданные по принципу "молекулярного конструктора", обладают самой большой удельной поверхностью среди всех известных веществ и используются для решения критически важных мировых проблем, включая хранение водорода, улавливание углекислого газа из атмосферы и селективную доставку лекарств. Ключевым свойством МОФ является их контролируемая пористость, позволяющая им действовать как молекулярное сито, разделяя вещества по размеру.

Рассмотрим один из этих материалов, MOF-X (подобный MIL-100). Одной из главных особенностей данного материала, кроме высокой пористости $\Pi = 65\%$ и значительной величины площади удельной поверхности, $S_{уд} = 3000 \text{ м}^2/\text{г}$ (то есть, на один грамм вещества приходится 3000 квадратных метров поверхности пор), является наличие цилиндрических пор двух диаметров, $d_1 = 3,4 \text{ нм}$ и $d_2 = 1,1 \text{ нм}$.

1. Рассчитайте удельные (то есть, приходящиеся на один грамм материала) объемы и площади для пор каждого из типов, если скелетная плотность материала MOF-X (то есть, плотность без учета пор) составляет $\rho_{\text{мат}} = 1,7 \text{ г/см}^3$. (2 балла) Свой ответ обоснуйте расчетом и пояснениями к применяемым формулам и сделанным допущениям. (3 балла)

2. Какова объемная доля пор первого типа? (1 балл)

3. Рассчитайте кажущуюся плотность MOF-X. (1 балл)

Одно из наиболее перспективных направлений в применении материалов, таких, как MOF-X, - это селективное разделение смеси, состоящей из больших и малых молекул. Такое разделение основано на различной доступности пор для разного типа молекул. Ключевым преимуществом таких систем является возможность не только селективной адсорбции, но и дифференцированной десорбции: вещества, адсорбированные в порах разного размера, могут быть извлечены отдельно благодаря различным свойствам поверхности этих пор. Рассмотрим смесь двух веществ, А (нафталин) и Б (метан).

4. Рассчитайте, сколько грамм каждого вещества по отдельности может поглотить 1 см³ MOF-X, если известно, что:

- вещество А (нафталин) может адсорбироваться только в порах первого типа, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $2 \cdot 10^{-4}$ г вещества;
- вещество Б (метан) может адсорбироваться на всей внутренней поверхности MOF-X, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $1,5 \cdot 10^{-4}$ г вещества. (2 балла)

5. Во сколько раз изменится масса MOF-X в каждом из этих случаев? (2 балла)

6. Рассчитайте массовое соотношение $m(A)/m(B)$ (коэффициент селективности) для случая одновременного присутствия двух веществ, если известно, что вещество Б не адсорбируется, если на поверхности уже адсорбировалось вещество А, и, наоборот, вещество А легко вытесняет с поверхности вещество Б. (2 балла)

Всего – 13 баллов

Решение варианта 1

1. По определению, пористость равна отношению объема пор к общему объему материала:

$$\Pi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{пор}} + V_{\text{мат}}}, \quad (1)$$

где $V_{\text{общ}}$ – объем MOF-X, $V_{\text{мат}}$ – объем «скелета» без учета пор и $V_{\text{пор}}$ – объем пор. Поскольку нам неизвестен объем образца материала, но мы знаем величину скелетной плотности материала MOF-X, то, логичнее всего, перейти к удельным величинам, то есть, к объемам, отнесенным к единице массы материала.

Тогда

$$V_{\text{уд.мат}} = 1/\rho_{\text{мат}} \quad (2)$$

и

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.мат}} \cdot \frac{\Pi}{1 - \Pi} = \frac{\Pi}{\rho_{\text{мат}}(1 - \Pi)} = \frac{0,65}{1,7(1 - 0,65)} = 1,0924 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (3)$$

В то же время,

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.пор,1}} + V_{\text{уд.пор,2}}. \quad (4)$$

Так мы получаем первое уравнение, связывающее между собой удельные объемы пор каждого из типов и известные нам из условия величины.

Чтобы получить второе уравнение, рассмотрим поры в структуре MOF-X как цилиндры бесконечной длины L .

В этом случае общий объем каждого из типов пор равен

$$V_{\text{пор,n}} = \pi d_n^2 L / 4, \quad (5)$$

а площадь их поверхности —

$$S_{\text{пов,n}} = \pi d_n L. \quad (6)$$

Выражая L из (5), подставляя ее в (6) и переходя к удельным величинам, мы можем записать следующее уравнение:

$$S_{\text{уд.пор,1}} + S_{\text{уд.пор,2}} = \pi d_1 \frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{\pi d_1^2} + \pi d_2 \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{\pi d_2^2} = \frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{d_1} + \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{d_2} \quad (7)$$

$$= S_{\text{уд.пор}}.$$

Поскольку основная часть удельной площади поверхности MOF-X приходится на поры, то мы можем приравнять известную из условия величину к общей удельной площади поверхности пор. Подставляя известные нам значения (приведенные к см и см²/г), получаем:

$$\frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{3,4 \cdot 10^{-7}} + \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{1,1 \cdot 10^{-7}} = 3 \cdot 10^7. \quad (8)$$

Выражая $V_{\text{уд.пор,1}}$ из (3), (4) и подставляя в (8), получаем:

$$\frac{4(1,0924 - V_{\text{уд.пор,2}})}{3,4} + \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{1,1} = 3. \quad (9)$$

Упрощая, получаем:

$$V_{\text{уд.пор,2}} = \frac{3 \cdot 3,4 \cdot 1,1 \cdot 0,25 - 1,1 \cdot 1,0924}{3,4 - 1,1} = 0,6971 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (10)$$

Тогда удельный объем пор первого типа составляет

$$V_{\text{уд.пор,1}} = 1,0924 - 0,6971 = 0,3953 \text{ см}^3/\text{г}, \quad (11)$$

а удельные площади поверхности пор, соответственно,

$$S_{уд.пор,1} = \frac{4V_{уд.пор,1}}{d_1} = \frac{4 \cdot 0,3953}{3,4 \cdot 10^{-7}} = 4650588 \text{ см}^2/\text{г} \approx 465 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (12)$$

$$S_{уд.пор,2} = \frac{4V_{уд.пор,2}}{d_2} = S_{уд.пор} - S_{уд.пор,1} = 3000 - 465 = 2535 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (13)$$

2. Рассчитаем объемную долю пор первого типа:

$$\frac{V_{уд.пор,1}}{V_{уд.пор}} = \frac{0,3953}{1,0924} = 0,3619 \text{ или } 36,19\% \quad (14)$$

3. Рассчитаем кажущуюся плотность MOF-X. По определению, кажущаяся плотность материала – это его плотность с учетом пор. То есть, отношение массы материала, равной массе материала MOF-X, к его общему объему:

$$\rho_{каж} = \frac{m_{мат}}{V_{общ}} = \frac{\rho_{мат}(V_{общ} - V_{пор})}{V_{общ}} = \rho_{мат}(1 - \Pi) = 1,7(1 - 0,65) = 0,595 \text{ г/см}^3. \quad (15)$$

4. Чтобы узнать величину площади поверхности, доступной для адсорбции веществ **А** и **Б**, сначала рассчитаем массу образца MOF-X:

$$m_{обр} = \rho_{каж.обр} V_{обр} = 0,595 \cdot 1 = 0,595 \text{ г}. \quad (16)$$

По условию, вещество **А** адсорбируется только в порах первого типа, следовательно, зная общую площадь этих пор, а также величину адсорбции α_A , можно рассчитать массу вещества **А**, которую может поглотить 1 см³ MOF-X:

$$m_A = S_{уд.пор,1} \cdot m_{обр} \cdot \alpha_A = 465 \cdot 0,595 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 0,0554 \text{ г}. \quad (17)$$

В то же время, для адсорбции вещества **Б** доступна вся поверхность пор:

$$m_B = S_{уд.пор} \cdot m_{обр} \cdot \alpha_B = 3000 \cdot 0,595 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 0,2678 \text{ г}. \quad (18)$$

5. Чтобы узнать изменение массы в каждом из случаев, мы должны найти отношение итоговой массы образца ((17) или (18)) к первоначальной массе образца (16):

$$\delta_A = (m_A + m_{обр})/m_{обр} = (0,0554 + 0,595)/0,595 = 1,09 \quad (19)$$

$$\delta_B = (m_B + m_{обр})/m_{обр} = (0,2678 + 0,595)/0,595 = 1,45 \quad (20)$$

6. Рассчитаем коэффициент селективности при одновременном присутствии веществ **А** и **Б**. В случае вещества **А** для адсорбции, как и в предыдущем вопросе, доступны только поры первого типа, поэтому его поглотится столько же, сколько и при индивидуальном воздействии, 0,0554 г (см. 17). В свою очередь, для вещества **Б** будут доступны только поры второго типа, поэтому:

$$m_{\text{Б,ост}} = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_{\text{Б}} = 2535 \cdot 0,595 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 0,2262 \text{ г.} \quad (21)$$

Тогда коэффициент селективности равен:

$$F = m_{\text{А}} / m_{\text{Б,ост}} = 0,0554 / 0,2262 = 0,245.$$

Полученное значение легко объяснить размерным фактором: несмотря на то, что величина адсорбции вещества **Б** ниже, чем для вещества **А**, для его поглощения доступна большая площадь поверхности и потому даже при одновременной адсорбции его поглощается больше в количественном отношении, чем вещества **А**.

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения четырех величин – $V_{\text{уд.пор,1}}$, $V_{\text{уд.пор,2}}$, $S_{\text{уд.пор,1}}$, $S_{\text{уд.пор,2}}$ – итого 2 балла, **+3 балла** за ход решения и его подробное описание; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
2. 1 балл за расчет объемной доли пор первого типа
3. 1 балл за расчет кажущейся плотности MOF
4. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения масс **А** и **Б**, поглощаемых 1 см^3 материала, **+1 балл** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
5. по **1 баллу** за каждую величину изменения массы при поглощении вещества
6. **0,5 балла** за правильное значение коэффициента селективности, **+1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 2

Нобелевская премия по химии 2025 года была присуждена за разработку металл-органических каркасов (МОФ) — нового класса высокопористых материалов. Эти материалы, созданные по принципу "молекулярного конструктора", обладают самой большой удельной поверхностью среди всех известных веществ и используются для решения критически важных мировых проблем, включая хранение водорода, улавливание углекислого газа из атмосферы и селективную доставку лекарств. Ключевым свойством МОФ является их контролируемая пористость, позволяющая им действовать как молекулярное сито, разделяя вещества по размеру.

Рассмотрим один из этих материалов, MOF-X (подобный MIL-100). Одной из главных особенностей данного материала, кроме высокой пористости $\Pi = 65\%$ и значительной величины площади удельной поверхности, $S_{уд} = 3000 \text{ м}^2/\text{г}$ (то есть, на один грамм вещества приходится 3000 квадратных метров поверхности пор), является наличие цилиндрических пор двух диаметров, $d_1 = 3,4 \text{ нм}$ и $d_2 = 1,1 \text{ нм}$.

1. Рассчитайте удельные (то есть, приходящиеся на один грамм материала) объемы и площади для пор каждого из типов, если скелетная плотность материала MOF-X (то есть, плотность без учета пор) составляет $\rho_{\text{мат}} = 1,7 \text{ г/см}^3$. (2 балла) Свой ответ обоснуйте расчетом и пояснениями к применяемым формулам и сделанным допущениям. (3 балла)
2. Какова объемная доля пор первого типа? (1 балл)
3. Рассчитайте кажущуюся плотность MOF-X. (1 балл)

Одно из наиболее перспективных направлений в применении материалов, таких, как MOF-X, - это селективное разделение смеси, состоящей из больших и малых молекул. Такое разделение основано на различной доступности пор для разного типа молекул. Ключевым преимуществом таких систем является возможность не только селективной адсорбции, но и дифференцированной десорбции: вещества, адсорбированные в порах разного размера, могут быть извлечены отдельно благодаря различным свойствам поверхности этих пор. Рассмотрим смесь двух веществ, А (нафталин) и Б (метан).

4. Рассчитайте, сколько грамм каждого вещества по отдельности может поглотить 1 см^3 MOF-X, если известно, что:
 - вещество А (нафталин) может адсорбироваться только в порах первого типа, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ г}$ вещества;

- вещество Б (метан) может адсорбироваться на всей внутренней поверхности MOF-X, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $1 \cdot 10^{-4}$ г вещества. (2 балла)

5. Во сколько раз изменится масса MOF-X в каждом из этих случаев? (2 балла)
6. Рассчитайте массовое соотношение $m(A)/m(B)$ (коэффициент селективности) для случая одновременного присутствия двух веществ, если известно, что вещество Б не адсорбируется, если на поверхности уже адсорбировалось вещество А, и, наоборот, вещество А легко вытесняет с поверхности вещество Б. (2 балла)

Всего – 13 баллов

Решение варианта 2

1. По определению, пористость равна отношению объема пор к общему объему материала:

$$\Pi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{пор}} + V_{\text{мат}}}, \quad (1)$$

где $V_{\text{общ}}$ – объем MOF-X, $V_{\text{мат}}$ – объем «скелета» без учета пор и $V_{\text{пор}}$ – объем пор. Поскольку нам неизвестен объем образца материала, но мы знаем величину скелетной плотности материала MOF-X, то, логичнее всего, перейти к удельным величинам, то есть, к объемам, отнесенным к единице массы материала.

Тогда

$$V_{\text{уд.мат}} = 1/\rho_{\text{мат}} \quad (2)$$

и

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.мат}} \cdot \frac{\Pi}{1 - \Pi} = \frac{\Pi}{\rho_{\text{мат}}(1 - \Pi)} = \frac{0,65}{1,7(1 - 0,65)} = 1,0924 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (3)$$

В то же время,

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.пор,1}} + V_{\text{уд.пор,2}}. \quad (4)$$

Так мы получаем первое уравнение, связывающее между собой удельные объемы пор каждого из типов и известные нам из условия величины.

Чтобы получить второе уравнение, рассмотрим поры в структуре MOF-X как цилиндры бесконечной длины L .

В этом случае общий объем каждого из типов пор равен

$$V_{\text{пор,n}} = \pi d_n^2 L / 4, \quad (5)$$

а площадь их поверхности —

$$S_{\text{пов},n} = \pi d_n L. \quad (6)$$

Выражая L из (5), подставляя ее в (6) и переходя к удельным величинам, мы можем записать следующее уравнение:

$$S_{\text{уд.пор},1} + S_{\text{уд.пор},2} = \pi d_1 \frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{\pi d_1^2} + \pi d_2 \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{\pi d_2^2} = \frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{d_1} + \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{d_2} \quad (7)$$

$$= S_{\text{уд.пор}}.$$

Поскольку основная часть удельной площади поверхности MOF-X приходится на поры, то мы можем приравнять известную из условия величину к общей удельной площади поверхности пор. Подставляя известные нам значения (приведенные к см и см²/г), получаем:

$$\frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{3,4 \cdot 10^{-7}} + \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{1,1 \cdot 10^{-7}} = 3 \cdot 10^7. \quad (8)$$

Выражая $V_{\text{уд.пор},1}$ из (3), (4) и подставляя в (8), получаем:

$$\frac{4(1,0924 - V_{\text{уд.пор},2})}{3,4} + \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{1,1} = 3. \quad (9)$$

Упрощая, получаем:

$$V_{\text{уд.пор},2} = \frac{3 \cdot 3,4 \cdot 1,1 \cdot 0,25 - 1,1 \cdot 1,0924}{3,4 - 1,1} = 0,6971 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (10)$$

Тогда удельный объем пор первого типа составляет

$$V_{\text{уд.пор},1} = 1,0924 - 0,6971 = 0,3953 \text{ см}^3/\text{г}, \quad (11)$$

а удельные площади поверхности пор, соответственно,

$$S_{\text{уд.пор},1} = \frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{d_1} = \frac{4 \cdot 0,3953}{3,4 \cdot 10^{-7}} = 4650588 \text{ см}^2/\text{г} \approx 465 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (12)$$

$$S_{\text{уд.пор},2} = \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{d_2} = S_{\text{уд.пор}} - S_{\text{уд.пор},1} = 3000 - 465 = 2535 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (13)$$

2. Рассчитаем объемную долю пор первого типа:

$$\frac{V_{\text{уд.пор},1}}{V_{\text{уд.пор}}} = \frac{0,3953}{1,0924} = 0,3619 \text{ или } 36,19\% \quad (14)$$

3. Рассчитаем кажущуюся плотность MOF-X. По определению, кажущаяся плотность материала – это его плотность с учетом пор. То есть, отношение массы материала, равной массе материала MOF-X, к его общему объему:

$$\rho_{\text{каж}} = \frac{m_{\text{мат}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{\rho_{\text{мат}}(V_{\text{общ}} - V_{\text{пор}})}{V_{\text{общ}}} = \rho_{\text{мат}}(1 - \Pi) = 1,7(1 - 0,65) = 0,595 \text{ г/см}^3. \quad (15)$$

4. Чтобы узнать величину площади поверхности, доступной для адсорбции веществ **A** и **Б**, сначала рассчитаем массу образца MOF-X:

$$m_{\text{обр}} = \rho_{\text{каж.обр}} V_{\text{обр}} = 0,595 \cdot 1 = 0,595 \text{ г.} \quad (16)$$

По условию, вещество **A** адсорбируется только в порах первого типа, следовательно, зная общую площадь этих пор, а также величину адсорбции α_A , можно рассчитать массу вещества **A**, которую может поглотить 1 см³ MOF-X:

$$m_A = S_{\text{уд.пор,1}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_A = 465 \cdot 0,595 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 0,0692 \text{ г.} \quad (17)$$

В то же время, для адсорбции вещества **Б** доступна вся поверхность пор:

$$m_B = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_B = 3000 \cdot 0,595 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 0,1785 \text{ г.} \quad (18)$$

5. Чтобы узнать изменение массы в каждом из случаев, мы должны найти отношение итоговой массы образца ((17) или (18)) к первоначальной массе образца (16):

$$\delta_A = (m_A + m_{\text{обр}}) / m_{\text{обр}} = (0,0692 + 0,595) / 0,595 = 1,12 \quad (19)$$

$$\delta_B = (m_B + m_{\text{обр}}) / m_{\text{обр}} = (0,1785 + 0,595) / 0,595 = 1,30 \quad (20)$$

6. Рассчитаем коэффициент селективности при одновременном присутствии веществ **A** и **Б**. В случае вещества **A** для адсорбции, как и в предыдущем вопросе, доступны только поры первого типа, поэтому его поглотится столько же, сколько и при индивидуальном воздействии, 0,554 г (см. 17). В свою очередь, для вещества **Б** будут доступны только поры второго типа, поэтому:

$$m_{B,\text{ост}} = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_B = 2535 \cdot 0,595 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 0,1508 \text{ г.} \quad (21)$$

Тогда коэффициент селективности равен:

$$F = m_A / m_{B,\text{ост}} = 0,0692 / 0,1508 = 0,460.$$

Полученное значение легко объяснить размерным фактором: несмотря на то, что величина адсорбции вещества **Б** ниже, чем для вещества **A**, для его поглощения доступна большая площадь поверхности и потому даже при одновременной адсорбции его поглощается больше в количественном отношении, чем вещества **A**.

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения четырех величин – $V_{\text{уд.пор,1}}$, $V_{\text{уд.пор,2}}$, $S_{\text{уд.пор,1}}$, $S_{\text{уд.пор,2}}$ – итого 2 балла, **+3 балла** за ход решения и его подробное описание;

баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

2. 1 балл за расчет объемной доли пор первого типа
3. 1 балл за расчет кажущейся плотности MOF
4. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения масс А и Б, поглощаемых 1 см^3 материала, **+1 балл** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
5. по **1 баллу** за каждую величину изменения массы при поглощении вещества
6. **0,5 балла** за правильное значение коэффициента селективности, **+1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

Баллы снимались:

-**0,5 балла** за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 3



Нобелевская премия по химии 2025 года была присуждена за разработку металл-органических каркасов (МОФ) — нового класса высокопористых материалов. Эти материалы, созданные по принципу "молекулярного конструктора", обладают самой большой удельной поверхностью среди всех известных веществ и используются для решения критически важных мировых проблем, включая хранение водорода, улавливание углекислого газа из атмосферы и селективную доставку лекарств. Ключевым свойством МОФ является их контролируемая пористость, позволяющая им действовать как молекулярное сито, разделяя вещества по размеру.

Рассмотрим один из этих материалов, MOF-Y (подобный MIL-100). Одной из главных особенностей данного материала, кроме высокой пористости $\Pi = 65\%$ и значительной величины площади удельной поверхности, $S_{уд} = 3100 \text{ м}^2/\text{г}$ (то есть, на один грамм вещества

приходится 3100 квадратных метров поверхности пор), является наличие цилиндрических пор двух диаметров, $d_1 = 3,5$ нм и $d_2 = 1,2$ нм.

1. Рассчитайте удельные (то есть, приходящиеся на один грамм материала) объемы и площади для пор каждого из типов, если скелетная плотность материала MOF-Y (то есть, плотность без учета пор) составляет $\rho_{\text{мат}} = 1,7$ г/см³. (2 балла) Свой ответ обоснуйте расчетом и пояснениями к применяемым формулам и сделанным допущениям. (3 балла)
2. Какова объемная доля пор первого типа? (1 балл)
3. Рассчитайте кажущуюся плотность MOF-Y. (1 балл)

Одно из наиболее перспективных направлений в применении материалов, таких, как MOF-Y, - это селективное разделение смеси, состоящей из больших и малых молекул. Такое разделение основано на различной доступности пор для разного типа молекул. Ключевым преимуществом таких систем является возможность не только селективной адсорбции, но и дифференцированной десорбции: вещества, адсорбированные в порах разного размера, могут быть извлечены отдельно благодаря различным свойствам поверхности этих пор. Рассмотрим смесь двух веществ, А (нафталин) и Б (метан).

4. Рассчитайте, сколько грамм каждого вещества по отдельности может поглотить 1 см³ MOF-Y, если известно, что:
 - вещество А (нафталин) может адсорбироваться только в порах первого типа, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $2 \cdot 10^{-4}$ г вещества;
 - вещество Б (метан) может адсорбироваться на всей внутренней поверхности MOF-Y, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $1,5 \cdot 10^{-4}$ г вещества. (2 балла)
5. Во сколько раз изменится масса MOF-Y в каждом из этих случаев? (2 балла)
6. Рассчитайте массовое соотношение $m(A)/m(B)$ (коэффициент селективности) для случая одновременного присутствия двух веществ, если известно, что вещество Б не адсорбируется, если на поверхности уже адсорбировалось вещество А, и, наоборот, вещество А легко вытесняет с поверхности вещество Б. (2 балла)

Всего – 13 баллов

Решение варианта 3

1. По определению, пористость равна отношению объема пор к общему объему материала:

$$\Pi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{пор}} + V_{\text{мат}}}, \quad (1)$$

где $V_{\text{общ}}$ – объем MOF-Y, $V_{\text{мат}}$ – объем «скелета» без учета пор и $V_{\text{пор}}$ – объем пор. Поскольку нам неизвестен объем образца материала, но мы знаем величину

скелетной плотности материала MOF-Y, то, логичнее всего, перейти к удельным величинам, то есть, к объемам, отнесенным к единице массы материала.

Тогда

$$V_{\text{уд.мат}} = 1/\rho_{\text{мат}} \quad (2)$$

и

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.мат}} \cdot \frac{\Pi}{1 - \Pi} = \frac{\Pi}{\rho_{\text{мат}}(1 - \Pi)} = \frac{0,65}{1,7(1 - 0,65)} = 1,0924 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (3)$$

В то же время,

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.пор,1}} + V_{\text{уд.пор,2}}. \quad (4)$$

Так мы получаем первое уравнение, связывающее между собой удельные объемы пор каждого из типов и известные нам из условия величины.

Чтобы получить второе уравнение, рассмотрим поры в структуре MOF-Y как цилиндры бесконечной длины L .

В этом случае общий объем каждого из типов пор равен

$$V_{\text{пор,n}} = \pi d_n^2 L / 4, \quad (5)$$

а площадь их поверхности —

$$S_{\text{пов,n}} = \pi d_n L. \quad (6)$$

Выражая L из (5), подставляя ее в (6) и переходя к удельным величинам, мы можем записать следующее уравнение:

$$S_{\text{уд.пор,1}} + S_{\text{уд.пор,2}} = \pi d_1 \frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{\pi d_1^2} + \pi d_2 \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{\pi d_2^2} = \frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{d_1} + \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{d_2} \quad (7)$$

$$= S_{\text{уд.пор}}.$$

Поскольку основная часть удельной площади поверхности MOF-Y приходится на поры, то мы можем приравнять известную из условия величину к общей удельной площади поверхности пор. Подставляя известные нам значения (приведенные к см и см²/г), получаем:

$$\frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{3,5 \cdot 10^{-7}} + \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{1,2 \cdot 10^{-7}} = 3,1 \cdot 10^7. \quad (8)$$

Выражая $V_{\text{уд.пор,1}}$ из (3), (4) и подставляя в (8), получаем:

$$\frac{4(1,0924 - V_{\text{уд.пор,2}})}{3,5} + \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{1,2} = 3,1. \quad (9)$$

Упрощая, получаем:

$$V_{\text{уд.пор,2}} = \frac{3,1 \cdot 3,5 \cdot 1,2 \cdot 0,25 - 1,2 \cdot 1,0924}{3,5 - 1,2} = 0,8453 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (10)$$

Тогда удельный объем пор первого типа составляет

$$V_{\text{уд.пор,1}} = 1,0924 - 0,8453 = 0,2471 \text{ см}^3/\text{г}, \quad (11)$$

а удельные площади поверхности пор, соответственно,

$$S_{\text{уд.пор,1}} = \frac{4V_{\text{уд.пор,1}}}{d_1} = \frac{4 \cdot 0,2471}{3,5 \cdot 10^{-7}} = 2824000 \text{ см}^2/\text{г} \approx 282 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (12)$$

$$S_{\text{уд.пор,2}} = \frac{4V_{\text{уд.пор,2}}}{d_2} = S_{\text{уд.пор}} - S_{\text{уд.пор,1}} = 3100 - 282 = 2818 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (13)$$

2. Рассчитаем объемную долю пор первого типа:

$$\frac{V_{\text{уд.пор,1}}}{V_{\text{уд.пор}}} = \frac{0,2471}{1,0924} = 0,2262 \text{ или } 22,62\% \quad (14)$$

3. Рассчитаем кажущуюся плотность MOF-Y. По определению, кажущаяся плотность материала – это его плотность с учетом пор. То есть, отношение массы материала, равной массе материала MOF-Y, к его общему объему:

$$\rho_{\text{каж}} = \frac{m_{\text{мат}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{\rho_{\text{мат}}(V_{\text{общ}} - V_{\text{пор}})}{V_{\text{общ}}} = \rho_{\text{мат}}(1 - \Pi) = 1,7(1 - 0,65) = 0,595 \text{ г/см}^3. \quad (15)$$

4. Чтобы узнать величину площади поверхности, доступной для адсорбции веществ **А** и **Б**, сначала рассчитаем массу образца MOF-Y:

$$m_{\text{обр}} = \rho_{\text{каж.обр}} V_{\text{обр}} = 0,595 \cdot 1 = 0,595 \text{ г}. \quad (16)$$

По условию, вещество **А** адсорбируется только в порах первого типа, следовательно, зная общую площадь этих пор, а также величину адсорбции α_A , можно рассчитать массу вещества **А**, которую может поглотить 1 см³ MOF-Y:

$$m_A = S_{\text{уд.пор,1}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_A = 282 \cdot 0,595 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 0,0335 \text{ г}. \quad (17)$$

В то же время, для адсорбции вещества **Б** доступна вся поверхность пор:

$$m_B = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_B = 3100 \cdot 0,595 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 0,2767 \text{ г}. \quad (18)$$

5. Чтобы узнать изменение массы в каждом из случаев, мы должны найти отношение итоговой массы образца ((17) или (18)) к первоначальной массе образца (16):

$$\delta_A = (m_A + m_{\text{обр}})/m_{\text{обр}} = (0,0335 + 0,595)/0,595 = 1,06 \quad (19)$$

$$\delta_B = (m_B + m_{\text{обр}})/m_{\text{обр}} = (0,2767 + 0,595)/0,595 = 1,47 \quad (20)$$

6. Рассчитаем коэффициент селективности при одновременном присутствии веществ **А** и **Б**. В случае вещества **А** для адсорбции, как и в предыдущем вопросе, доступны только поры первого типа, поэтому его поглотится столько же, сколько и при индивидуальном воздействии, 0,554 г (см. 17). В свою очередь, для вещества **Б** будут доступны только поры второго типа, поэтому:

$$m_{B,\text{ост}} = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_B = 2818 \cdot 0,595 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 0,2514 \text{ г.} \quad (21)$$

Тогда коэффициент селективности равен:

$$F = m_A/m_{B,\text{ост}} = 0,0335/0,2514 = 0,133.$$

Полученное значение легко объяснить размерным фактором: несмотря на то, что величина адсорбции вещества **Б** ниже, чем для вещества **А**, для его поглощения доступна большая площадь поверхности и потому даже при одновременной адсорбции его поглощается больше в количественном отношении, чем вещества **А**.

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения четырех величин – $V_{\text{уд.пор,1}}$, $V_{\text{уд.пор,2}}$, $S_{\text{уд.пор,1}}$, $S_{\text{уд.пор,2}}$ – итого 2 балла, **+3 балла** за ход решения и его подробное описание; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
2. 1 балл за расчет объемной доли пор первого типа
3. 1 балл за расчет кажущейся плотности MOF
4. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения масс **А** и **Б**, поглощаемых 1 см³ материала, **+1 балл** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
5. по **1 баллу** за каждую величину изменения массы при поглощении вещества
6. **0,5 балла** за правильное значение коэффициента селективности, **+1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

Баллы снимались:

-0,5 балла за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

от 1 до 1,5 баллов за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Вариант 4

Нобелевская премия по химии 2025 года была присуждена за разработку металл-органических каркасов (МОФ) — нового класса высокопористых материалов. Эти материалы, созданные по принципу "молекулярного конструктора", обладают самой большой удельной поверхностью среди всех известных веществ и используются для решения критически важных мировых проблем, включая хранение водорода, улавливание углекислого газа из атмосферы и селективную доставку лекарств. Ключевым свойством МОФ является их контролируемая пористость, позволяющая им действовать как молекулярное сито, разделяя вещества по размеру.

Рассмотрим один из этих материалов, MOF-Y (подобный MIL-100). Одной из главных особенностей данного материала, кроме высокой пористости $\Pi = 65\%$ и значительной величины площади удельной поверхности, $S_{уд} = 3100 \text{ м}^2/\text{г}$ (то есть, на один грамм вещества приходится 3100 квадратных метров поверхности пор), является наличие цилиндрических пор двух диаметров, $d_1 = 3,5 \text{ нм}$ и $d_2 = 1,2 \text{ нм}$.

1. Рассчитайте удельные (то есть, приходящиеся на один грамм материала) объемы и площади для пор каждого из типов, если скелетная плотность материала MOF-Y (то есть, плотность без учета пор) составляет $\rho_{\text{мат}} = 1,7 \text{ г/см}^3$. (2 балла) Свой ответ обоснуйте расчетом и пояснениями к применяемым формулам и сделанным допущениям. (3 балла)
2. Какова объемная доля пор первого типа? (1 балл)
3. Рассчитайте кажущуюся плотность MOF-Y. (1 балл)

Одно из наиболее перспективных направлений в применении материалов, таких, как MOF-Y, - это селективное разделение смеси, состоящей из больших и малых молекул. Такое разделение основано на различной доступности пор для разного типа молекул. Ключевым преимуществом таких систем является возможность не только селективной адсорбции, но и дифференцированной десорбции: вещества, адсорбированные в порах разного размера, могут быть извлечены отдельно благодаря различным свойствам поверхности этих пор. Рассмотрим смесь двух веществ, А (нафталин) и Б (метан).

4. Рассчитайте, сколько грамм каждого вещества по отдельности может поглотить 1 см^3 MOF-Y, если известно, что:
 - вещество А (нафталин) может адсорбироваться только в порах первого типа, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ г}$ вещества;

- вещество Б (метан) может адсорбироваться на всей внутренней поверхности MOF-X, причем, каждый квадратный метр поверхности пор может поглотить $1 \cdot 10^{-4}$ г вещества. (2 балла)

5. Во сколько раз изменится масса MOF-Y в каждом из этих случаев? (2 балла)
6. Рассчитайте массовое соотношение $m(A)/m(B)$ (коэффициент селективности) для случая одновременного присутствия двух веществ, если известно, что вещество Б не адсорбируется, если на поверхности уже адсорбировалось вещество А, и, наоборот, вещество А легко вытесняет с поверхности вещество Б. (2 балла)

Всего – 13 баллов

Решение варианта 4

1. По определению, пористость равна отношению объема пор к общему объему материала:

$$\Pi = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{V_{\text{пор}}}{V_{\text{пор}} + V_{\text{мат}}}, \quad (1)$$

где $V_{\text{общ}}$ – объем MOF-Y, $V_{\text{мат}}$ – объем «скелета» без учета пор и $V_{\text{пор}}$ – объем пор. Поскольку нам неизвестен объем образца материала, но мы знаем величину скелетной плотности материала MOF-Y, то, логичнее всего, перейти к удельным величинам, то есть, к объемам, отнесенным к единице массы материала.

Тогда

$$V_{\text{уд.мат}} = 1/\rho_{\text{мат}} \quad (2)$$

и

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.мат}} \cdot \frac{\Pi}{1 - \Pi} = \frac{\Pi}{\rho_{\text{мат}}(1 - \Pi)} = \frac{0,65}{1,7(1 - 0,65)} = 1,0924 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (3)$$

В то же время,

$$V_{\text{уд.пор}} = V_{\text{уд.пор,1}} + V_{\text{уд.пор,2}}. \quad (4)$$

Так мы получаем первое уравнение, связывающее между собой удельные объемы пор каждого из типов и известные нам из условия величины.

Чтобы получить второе уравнение, рассмотрим поры в структуре MOF-Y как цилиндры бесконечной длины L .

В этом случае общий объем каждого из типов пор равен

$$V_{\text{пор,n}} = \pi d_n^2 L / 4, \quad (5)$$

а площадь их поверхности —

$$S_{\text{пов},n} = \pi d_n L. \quad (6)$$

Выражая L из (5), подставляя ее в (6) и переходя к удельным величинам, мы можем записать следующее уравнение:

$$S_{\text{уд.пор},1} + S_{\text{уд.пор},2} = \pi d_1 \frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{\pi d_1^2} + \pi d_2 \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{\pi d_2^2} = \frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{d_1} + \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{d_2} \quad (7)$$

$$= S_{\text{уд.пор}}.$$

Поскольку основная часть удельной площади поверхности MOF-Y приходится на поры, то мы можем приравнять известную из условия величину к общей удельной площади поверхности пор. Подставляя известные нам значения (приведенные к см и см²/г), получаем:

$$\frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{3,5 \cdot 10^{-7}} + \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{1,2 \cdot 10^{-7}} = 3,1 \cdot 10^7. \quad (8)$$

Выражая $V_{\text{уд.пор},1}$ из (3), (4) и подставляя в (8), получаем:

$$\frac{4(1,0924 - V_{\text{уд.пор},2})}{3,5} + \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{1,2} = 3,1. \quad (9)$$

Упрощая, получаем:

$$V_{\text{уд.пор},2} = \frac{3,1 \cdot 3,5 \cdot 1,2 \cdot 0,25 - 1,2 \cdot 1,0924}{3,5 - 1,2} = 0,8453 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (10)$$

Тогда удельный объем пор первого типа составляет

$$V_{\text{уд.пор},1} = 1,0924 - 0,8453 = 0,2471 \text{ см}^3/\text{г}, \quad (11)$$

а удельные площади поверхности пор, соответственно,

$$S_{\text{уд.пор},1} = \frac{4V_{\text{уд.пор},1}}{d_1} = \frac{4 \cdot 0,2471}{3,5 \cdot 10^{-7}} = 2824000 \text{ см}^2/\text{г} \approx 282 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (12)$$

$$S_{\text{уд.пор},2} = \frac{4V_{\text{уд.пор},2}}{d_2} = S_{\text{уд.пор}} - S_{\text{уд.пор},1} = 3100 - 282 = 2818 \text{ м}^2/\text{г}. \quad (13)$$

2. Рассчитаем объемную долю пор первого типа:

$$\frac{V_{\text{уд.пор},1}}{V_{\text{уд.пор}}} = \frac{0,2471}{1,0924} = 0,2262 \text{ или } 22,62\% \quad (14)$$

3. Рассчитаем кажущуюся плотность MOF-Y. По определению, кажущаяся плотность материала – это его плотность с учетом пор. То есть, отношение массы материала, равной массе материала MOF-Y, к его общему объему:

$$\rho_{\text{каж}} = \frac{m_{\text{мат}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{\rho_{\text{мат}}(V_{\text{общ}} - V_{\text{пор}})}{V_{\text{общ}}} = \rho_{\text{мат}}(1 - \Pi) = 1,7(1 - 0,65) = 0,595 \text{ г/см}^3. \quad (15)$$

4. Чтобы узнать величину площади поверхности, доступной для адсорбции веществ **A** и **Б**, сначала рассчитаем массу образца MOF-Y:

$$m_{\text{обр}} = \rho_{\text{каж.обр}} V_{\text{обр}} = 0,595 \cdot 1 = 0,595 \text{ г.} \quad (16)$$

По условию, вещество **A** адсорбируется только в порах первого типа, следовательно, зная общую площадь этих пор, а также величину адсорбции α_A , можно рассчитать массу вещества **A**, которую может поглотить 1 см³ MOF-Y:

$$m_A = S_{\text{уд.пор,1}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_A = 282 \cdot 0,595 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} = 0,0420 \text{ г.} \quad (17)$$

В то же время, для адсорбции вещества **Б** доступна вся поверхность пор:

$$m_B = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_B = 3100 \cdot 0,595 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 0,1845 \text{ г.} \quad (18)$$

5. Чтобы узнать изменение массы в каждом из случаев, мы должны найти отношение итоговой массы образца ((17) или (18)) к первоначальной массе образца (16):

$$\delta_A = (m_A + m_{\text{обр}}) / m_{\text{обр}} = (0,0420 + 0,595) / 0,595 = 1,07 \quad (19)$$

$$\delta_B = (m_B + m_{\text{обр}}) / m_{\text{обр}} = (0,1845 + 0,595) / 0,595 = 1,31 \quad (20)$$

6. Рассчитаем коэффициент селективности при одновременном присутствии веществ **A** и **Б**. В случае вещества **A** для адсорбции, как и в предыдущем вопросе, доступны только поры первого типа, поэтому его поглотится столько же, сколько и при индивидуальном воздействии, 0,554 г (см. 17). В свою очередь, для вещества **Б** будут доступны только поры второго типа, поэтому:

$$m_{B,\text{ост}} = S_{\text{уд.пор}} \cdot m_{\text{обр}} \cdot \alpha_B = 2818 \cdot 0,595 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 0,1677 \text{ г.} \quad (21)$$

Тогда коэффициент селективности равен:

$$F = m_A / m_{B,\text{ост}} = 0,0420 / 0,1677 = 0,251.$$

Полученное значение легко объяснить размерным фактором: несмотря на то, что величина адсорбции вещества **Б** ниже, чем для вещества **A**, для его поглощения доступна большая площадь поверхности и потому даже при одновременной адсорбции его поглощается больше в количественном отношении, чем вещества **A**.

Начисление баллов по вопросам:

1. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения четырех величин – $V_{\text{уд.пор,1}}$, $V_{\text{уд.пор,2}}$, $S_{\text{уд.пор,1}}$, $S_{\text{уд.пор,2}}$ – итого 2 балла, **+3 балла** за ход решения и его подробное описание;

баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

2. 1 балл за расчет объемной доли пор первого типа
3. 1 балл за расчет кажущейся плотности MOF
4. по **0,5 балла** за правильно рассчитанные значения масс А и Б, поглощаемых 1 см³ материала, **+1 балл** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
5. по **1 баллу** за каждую величину изменения массы при поглощении вещества
6. **0,5 балла** за правильное значение коэффициента селективности, **+1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

Баллы снимались:

-**0,5 балла** за арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны)

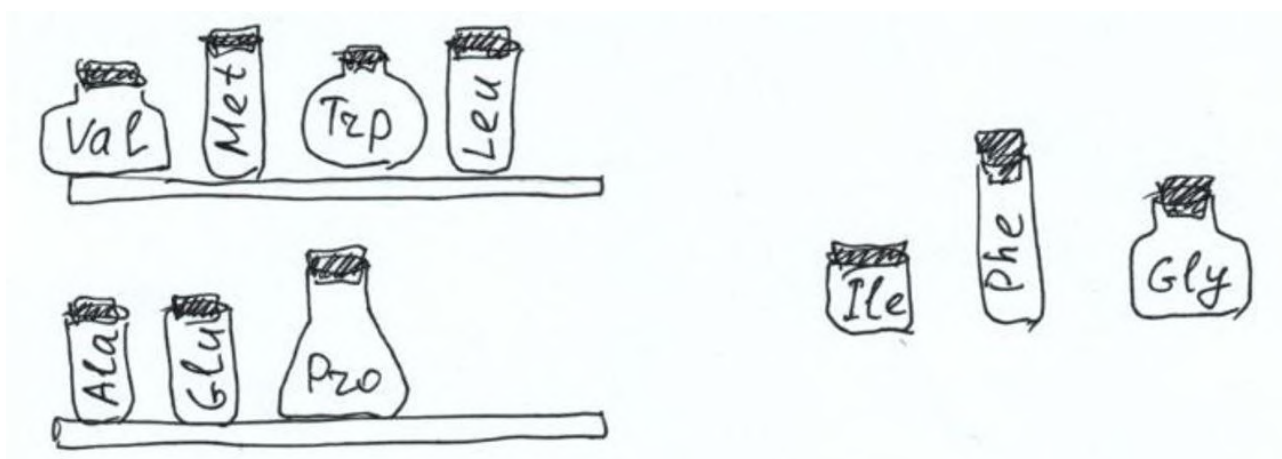
от **1 до 1,5 баллов** за грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

Задача по биологии. Что стоит на полке? (5 баллов)

Вариант 1

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студента Петю расставить 3 новые склянки. Помогите Пете поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках? (*1 балл*)
2. Каким названием можно объединить вещества, стоящие на верхней полке? Каким — стоящие на нижней? Почему Петя выбрал для новых веществ ту или иную полку? (*3 балла*)
3. Какую роль вещества с верхней полки играют в метаболизме человека? (*1 балл*)



Всего – 5 баллов

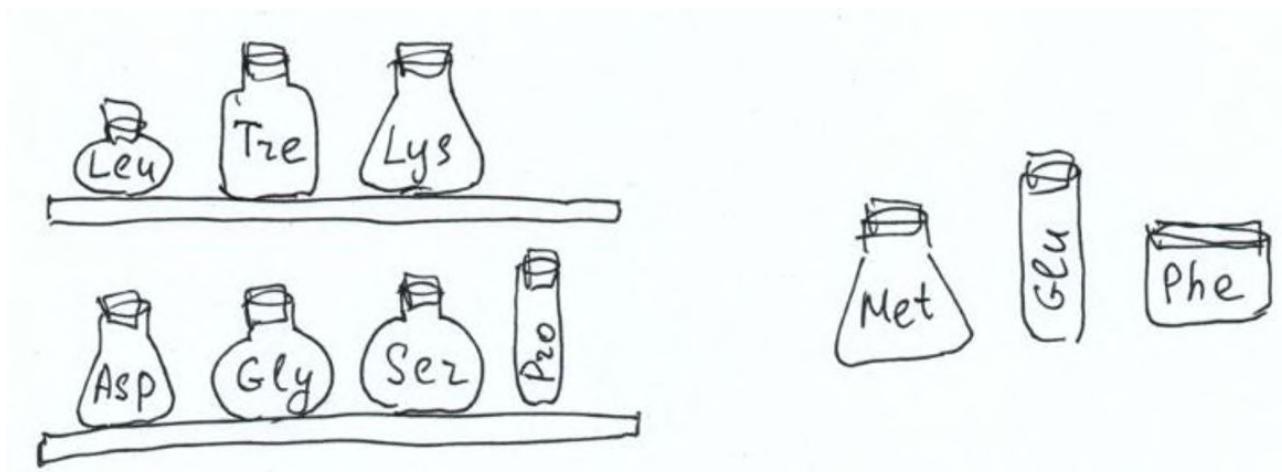
Решение варианта 1

1. На полках стоят аминокислоты (протеиногенные аминокислоты).
2. На верхней полке стоят незаменимые аминокислоты, к ним надо поставить изолейцин и фенилаланин, на нижней — заменимые, туда нужно поставить глицин.
3. Незаменимые аминокислоты не синтезируются в организме человека, для построения собственных белков организма необходимо, чтобы незаменимые аминокислоты поступали с пищей.

Вариант 2

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студента Петю расставить 3 новые склянки. Помогите Пете поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках? (1 балл)
2. Каким названием можно объединить вещества, стоящие на верхней полке? Каким — стоящие на нижней? Почему Петя выбрал для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Какую роль вещества с верхней полки играют в метаболизме человека? (1 балл)



Всего – 5 баллов

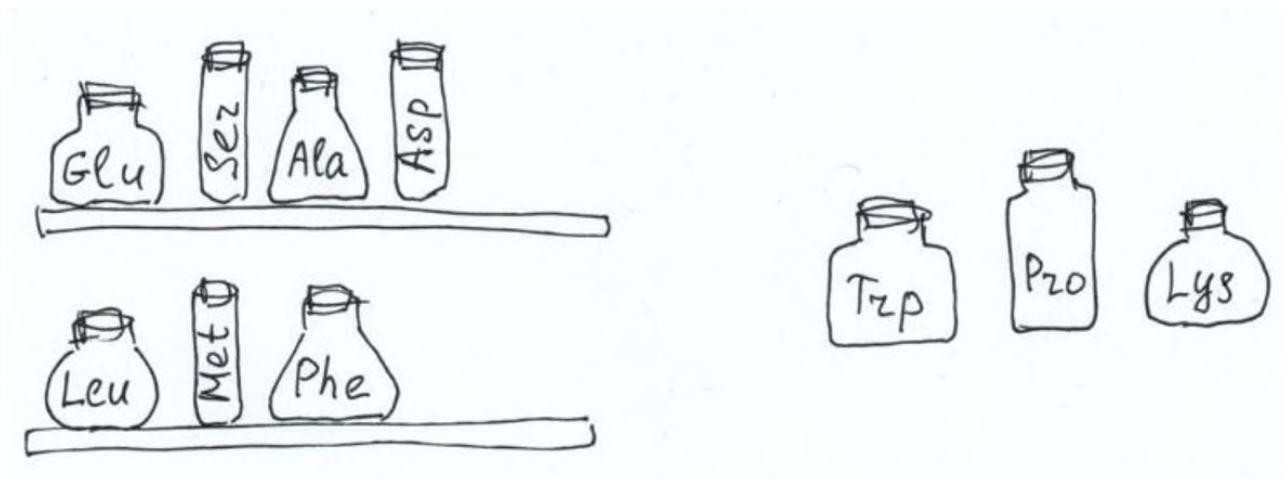
Решение варианта 2

1. На полках стоят аминокислоты (протеиногенные аминокислоты).
2. На верхней полке стоят незаменимые аминокислоты, к ним надо поставить метионин и фенилаланин, на нижней — заменимые, туда нужно поставить глутамат.
3. Незаменимые аминокислоты не синтезируются в организме человека, для построения собственных белков организма необходимо, чтобы незаменимые аминокислоты поступали с пищей.

Вариант 3

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студентку Валю расставить 3 новые склянки. Помогите Вале поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках? (1 балл)
2. Каким названием можно объединить вещества, стоящие на верхней полке? Каким — стоящие на нижней? Почему Валя выбрала для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Какую роль вещества с нижней полки играют в метаболизме человека? (1 балл)



Всего – 5 баллов

Решение варианта 3

1. На полках стоят аминокислоты (протеиногенные аминокислоты).
2. На верхней полке стоят заменимые аминокислоты, к ним надо поставить пролин на нижней — незаменимые, туда нужно поставить триптофан и лизин.
3. Незаменимые аминокислоты не синтезируются в организме человека, для построения собственных белков организма необходимо, чтобы незаменимые аминокислоты поступали с пищей.

Вариант 4

В лаборатории на полках стоят склянки с кристаллическими веществами. Профессор попросил студентку Валю расставить 3 новые склянки. Помогите Вале поставить новые вещества на правильную полку.

1. Что за вещества стоят на полках? (1 балл)
2. Каким названием можно объединить вещества, стоящие на верхней полке? Каким — стоящие на нижней? Почему Валя выбрала для новых веществ ту или иную полку? (3 балла)
3. Какую роль вещества с нижней полки играют в метаболизме человека? (1 балл)



Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

1. На полках стоят аминокислоты (протеиногенные аминокислоты).
2. На верхней полке стоят заменимые аминокислоты, к ним надо поставить глутамат на нижней — незаменимые, туда нужно поставить лизин и метионин.
3. Незаменимые аминокислоты не синтезируются в организме человека, для построения собственных белков организма необходимо, чтобы незаменимые аминокислоты поступали с пищей.

Задача по биологии. Тайна планеты Цайхун (5 баллов)

Вариант 1



Когда мы рассуждаем о жизни во Вселенной, мы, во многом, руководствуемся принципом общности законов развития живого. В недалеком будущем, при изучении экзопланеты Цайхун использовались автоматические беспилотные зонды. Съемка с летательного аппарата «Тяньцай» обнаружила, что значительная часть суши этой планеты покрыта растительностью, напоминающей степную зону на Земле. При этом на ровной поверхности растительности встречались поразительные концентрические зоны, внешняя и внутренняя сторона которых была более ярко-зеленой и пышной, а центральная часть была слабой и

коричневой. На Землю были также переданы микрофотографии образцов почвы и живого мира данной планеты, по которым было установлено, что на суше обитают фотосинтезирующие организмы, занимающие схожую экологическую нишу с травами на Земле, а также организмы-редуценты, образующие мицелий.

1. Предположите, что служит причиной появления концентрических зон? Свои предположения обоснуйте. (3 балла)
2. Предположите, есть ли на этой планете организмы, занимающие нишу животных на Земле? Каких? (1 балл)
3. Если ответ на предыдущий вопрос утвердительный, составьте пример пищевой цепи гипотетических животных, обитающих в описанной экологической зоне; если ответ на предыдущий вопрос отрицательный, составьте пример разветвленной пищевой цепи земных животных степной зоны не менее, чем из 5 элементов. (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 1

1. Концентрические круги можно объяснить взаимодействием с мицелием гриба (аналог «ведьминых кругов»). Мицелий постепенно разрастается от точки прорастания споры в виде круга. Сначала круг сплошной, потом формирует кольцо, внутри которого мицелий уже отмер. На границе круга — самый активный рост мицелия. Рост травы в центральной зоне кольца угнетен из-за конкуренции с мицелием гриба за воду, доступный объем, другие ресурсы. Допускается также предположить, что гриб выделяет аллелопатические вещества. Трава на внутренней стороне кольца или внутри круга, если зона небольшая растет лучше, потому что может использовать ресурсы, накопленные грибом и теперь высвобождаемые отмирающим мицелием, например, неорганические соединения, переведенные в более легко усваиваемую форму. Трава на внешней стороне кольца может быть более яркой, поскольку там мицелий уже разлагает органику на более простые молекулы и высвобождает неорганические соединения в почву, но мицелий достаточно разреженный, чтобы не конкурировать с корнями растений за пространство, воду и другие ресурсы.
2. Сообщества не могут существовать сами по себе и формируются за счет взаимодействия всех видов их составляющих. Например, для степной зоны характерно наличие пастбищных животных, которые позволяют злакам успешно конкурировать с другими растениями, поскольку они более устойчивы к поеданию (за счет интеркалярной меристемы) и другим неблагоприятным факторам, например, пожарам. Таким образом, если наблюдается сообщество похожее на степь, можно предположить наличие и животных, занимающих экологические ниши, характерные для степей, например большие стада травоядных, хищников, которые на них охотятся и т. д. Положительно оценивается описание возможных приспособлений описываемых организмов для жизни на обширных открытых пространствах
3. Принимаются непротиворечивые пищевые цепочки, начинающиеся с продуцентов, содержащие первичных консументов и хищников нескольких порядков.

Вариант 2

Когда мы рассуждаем о жизни во Вселенной, мы, во многом, руководствуемся принципом общности законов развития живого. В недалеком будущем, при изучении экзопланеты Цайхун использовались автоматические беспилотные зонды. Съемка с летательного аппарата «Тяньцай» обнаружила, что значительная часть суши этой планеты покрыта растительностью, в умеренной зоне преобладали лесостепи и живописные луга. При этом на ровной поверхности растительности встречались необычные круглые зоны. Менее крупные выглядели как пятно яркой травы с резкими границами, на которых растительность была более слабой и имела коричневатый оттенок. Более крупные выглядели как кольца более яркой травы, снаружи от которых растительность была более бедной. На Землю были также переданы микрофотографии образцов почвы данной планеты, по которым было установлено, что на суше обитают микроскопические организмы-редуценты, образующие мицелиеподобные структуры.

- 1. Предположите, что служит причиной появления концентрических зон? Как объяснить зависимость их вида от размера? Свои предположения обоснуйте. (3 балла)**
- 2. Что на Земле позволяет злакам эффективно конкурировать с другими растениями в условиях степи? Предположите, есть ли на этой планете организмы, занимающие нишу животных на Земле? (1 балл)**
- 3. Если ответ на предыдущий вопрос утвердительный, составьте пример пищевой цепи гипотетических животных, обитающих в описанной экологической зоне; если ответ на предыдущий вопрос отрицательный, составьте пример разветвленной пищевой цепи земных животных лесостепной зоны не менее, чем из 5 элементов. (1 балл)**

Всего – 5 баллов

Решение варианта 2

- 1. Концентрические круги можно объяснить взаимодействием с мицелием гриба (аналог «ведьминых кругов»). Мицелий постепенно разрастается от точки прорастания споры в виде круга. Сначала круг сплошной, потом формирует кольцо, внутри которого мицелий уже отмер. На границе круга — самый активный рост мицелия. Рост травы в центральной зоне кольца угнетен из-за конкуренции с мицелием гриба за воду, доступный объем, другие ресурсы. Допускается также**

предположить, что гриб выделяет аллелопатические вещества. Трава на внутренней стороне кольца или внутри круга, если зона небольшая растет лучше, потому что может использовать ресурсы, накопленные грибом и теперь высвобождаемые отмирающим мицелием, например, неорганические соединения, переведенные в более легко усваиваемую форму. Трава на внешней стороне кольца может быть более яркой, поскольку там мицелий уже разлагает органику на более простые молекулы и высвобождает неорганические соединения в почву, но мицелий достаточно разреженный, чтобы не конкурировать с корнями растений за пространство, воду и другие ресурсы.

2. Сообщества не могут существовать сами по себе и формируются за счет взаимодействия всех видов их составляющих. Например, для степной зоны характерно наличие пастбищных животных, которые позволяют злакам успешно конкурировать с другими растениями, поскольку они более устойчивы к поеданию (за счет интеркалярной меристемы) и другим неблагоприятным факторам, например, пожарам. Таким образом, если наблюдается сообщество похожее на степь, можно предположить наличие и животных, занимающих экологические ниши, характерные для степей, например большие стада травоядных, хищников, которые на них охотятся и т. д. Положительно оценивается описание возможных приспособлений описываемых организмов для жизни на обширных открытых пространствах.
3. Принимаются непротиворечивые пищевые цепочки, начинающиеся с продуцентов, содержащие первичных консументов и хищников нескольких порядков.

Вариант 3



Когда мы рассуждаем о жизни во Вселенной, мы, во многом, руководствуемся принципом общности законов развития живого. В недалеком будущем, при изучении экзопланеты Цайхун использовались автоматические беспилотные зонды. Съемка с летательного аппарата «Тяньцай» обнаружила, что значительная часть суши этой планеты покрыта растительностью, обширные участки умеренной зоны покрыты нескончаемыми лесами. Оказалось, что в этой зоне доминируют два вида, названные по аналогии с Земной растительностью, елью розовой и елью голубой (за красноватый и синеватый, соответственно, оттенок листовых пластинок). При этом, что удивительно, на снимках сверху особенно хорошо видно, что зоны, занятые елью голубой и елью розовой, не перекрываются, образуя причудливые полосы и пятна с резкими границами. На Землю были также переданы микрофотографии образцов почвы данной планеты, по которым было установлено, что на суше обитают микроскопические организмы, образующие

гифоподобные структуры, при этом организмы вида А образовывали контакты к корнями обоих видов елей, а организмы вида Б — только с корнями ели розовой.

1. Предположите механизм, лежащий в основе образования описанных узоров. (3 балла)
2. Предположите, есть ли на этой планете организмы, занимающие нишу животных на Земле? (1 балл)
3. Если ответ на предыдущий вопрос утвердительный, составьте пример пищевой цепи гипотетических животных, обитающих в описанной экологической зоне; если ответ на предыдущий вопрос отрицательный, составьте пример разветвленной пищевой цепи земных животных тайги не менее, чем из 5 элементов. (1 балл)

Всего – 5 баллов

Решение варианта 3

1. Описываются структуры, похожие на диссипативные. Возможно несколько объяснений, укладывающихся в описанную схему. Например, пусть вид А нейтральный для обоих растений.

Пусть также ель розовая не выдерживает конкуренции с елью голубой при прочих равных условиях. Но взаимодействие с организмом Б позволяет ей получать преимущество (за счет лучшего усваивания неорганических соединений, например), пусть также эффект от организма Б не локальный, а распространяется на некоторое расстояние, постепенно ослабевая (диффузия питательных веществ). Тогда вблизи от группы ели розовой улучшатся условия и для ели голубой, что ограничит разрастание зоны, занятой елью розовой. Другой вариант может заключаться в том, что организм А положительно влияет на рост обоих видов, но его действие локально, при этом организм Б продуцирует быстро диффундирующий слабый токсин, к которому чувствительна ель розовая, но устойчива ель голубая, при этом ель розовая при прочих равных — доминирующий вид. Тогда само по себе взаимодействие с организмами А и Б создаст зоны повышенного и угнетенного роста ели розовой, в последних будет расти ель голубая.

2. Сообщества не могут существовать сами по себе и формируются за счет взаимодействия всех видов их составляющих. Например, для степной зоны характерно наличие пастбищных животных, которые позволяют злакам успешно конкурировать с другими растениями, поскольку они более устойчивы к поеданию (за счет интеркалярной меристемы) и другим неблагоприятным факторам, например, пожарам. Таким образом, если наблюдается сообщество похожее на лес, можно предположить наличие и животных, занимающих экологические ниши, характерные для лесов, и т. д. Положительно оценивается описание возможных приспособлений описываемых организмов для жизни экосистеме леса и тайги.
3. Принимаются непротиворечивые пищевые цепочки, начинающиеся с продуцентов, содержащие первичных консументов и хищников нескольких порядков.

Вариант 4

Когда мы рассуждаем о жизни во Вселенной, мы, во многом, руководствуемся принципом общности законов развития живого. В недалеком будущем, при изучении экзопланеты Цайхун использовались автоматические беспилотные зонды. Съемка с летательного аппарата «Тяньцай» обнаружила, что значительная часть суши этой планеты покрыта растительностью, обширные участки умеренной зоны покрыты нескончаемыми лесами. Оказалось, что в этой зоне доминируют два вида, названные по аналогии с Земной растительностью, сосной розовой и сосной причудливой (за красноватый оттенок листовых пластинок и хвоинки сложной формы, соответственно). Благодаря разнице в окраске хвои, на снимках сверху особенно хорошо видно, что зоны, занятые сосной розовой и сосной причудливой, не перекрываются, образуя замысловатые полосы и спирали с резкими границами. На Землю были также переданы микрофотографии образцов почвы данной планеты, по которым было установлено, что на суше обитают микроскопические организмы, образующие мицелиеподобные структуры, при этом организмы вида А образовывали контакты к корнями обоих видов сосен, а организмы вида Б — только с корнями сосны причудливой.

- 1. Предположите механизм, лежащий в основе образования описанных узоров. (3 балла)**
- 2. Предположите, есть ли на этой планете организмы, занимающие нишу животных на Земле? (1 балл)**
- 3. Если ответ на предыдущий вопрос утвердительный, составьте пример пищевой цепи гипотетических животных, обитающих в описанной экологической зоне; если ответ на предыдущий вопрос отрицательный, составьте пример разветвленной пищевой цепи земных животных тайги не менее, чем из 5 элементов. (1 балл)**

Всего – 5 баллов

Решение варианта 4

1. Описываются структуры, похожие на диссипативные. Возможно несколько объяснений, укладывающихся в описанную схему. Например, пусть вид А нейтральный для обоих растений.

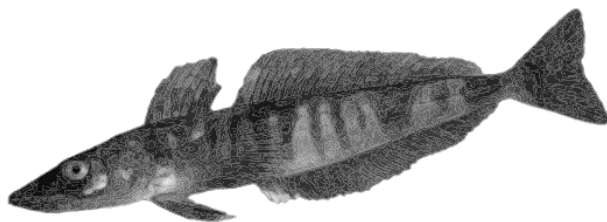
Путь также сосна причудливая не выдерживает конкуренции с сосной розовой при прочих равных условиях. Но взаимодействие с организмом Б позволяет ей получать

преимущество (за счет лучшего усваивания неорганических соединений, например), пусть также эффект от организма Б не локальный, а распространяется на некоторое расстояние, постепенно ослабевая (диффузия питательных веществ). Тогда вблизи от группы сосны причудливой улучшатся условия и для сосны розовой, что ограничит разрастание зоны, занятой сосной причудливой. Другой вариант может заключаться в том, что организм А положительно влияет на рост обоих видов, но его действие локально, при этом организм Б продуцирует быстро диффундирующий слабый токсин, к которому чувствительна сосна причудливая, но устойчива сосна розовая, при этом сосна причудливая при прочих равных — доминирующий вид. Тогда само по себе взаимодействие с организмами А и Б создаст зоны повышенного и угнетенного роста сосны причудливой, в последних будет расти сосна розовая.

2. Сообщества не могут существовать сами по себе и формируются за счет взаимодействия всех видов их составляющих. Например, для степной зоны характерно наличие пастбищных животных, которые позволяют злакам успешно конкурировать с другими растениями, поскольку они более устойчивы к поеданию (за счет интеркалярной меристемы) и другим неблагоприятным факторам, например, пожарам. Таким образом, если наблюдается сообщество похожее на лес, можно предположить наличие и животных, занимающих экологические ниши, характерные для лесов, и т. д. Положительно оценивается описание возможных приспособлений описываемых организмов для жизни экосистеме леса и тайги.
3. Принимаются непротиворечивые пищевые цепочки, начинающиеся с продуцентов, содержащие первичных консументов и хищников нескольких порядков.

Задача по биологии. Интересная ледяная рыба (15 баллов)

Вариант 1



Ледяная рыба — собирательное название рыб, относящихся к семейству Белокровных (*Channichthyidae*), и характеризующихся наличием т.н. «белой крови» — фактически плазмы, в которой полностью отсутствует гемоглобин (а у пяти видов Белокровных отсутствует даже миоглобин), хотя в этой «крови» и присутствует некоторое количество клеток, содержащих различные ферменты, выполняющими важные метаболические функции. У других белокровных рыб, не «ледяных», эритроциты с гемоглобином присутствуют, но их количество значительно меньше (обычно на 1-2 порядка), чем у обычных «краснокровных рыб», обитающих в Антарктике.

Эффект уменьшения количества гемоглобина и переносящих его клеток не уникален в условиях Антарктики: у многих антарктических рыб, не только у ледяных рыб, число эритроцитов и концентрация гемоглобина ниже, чем у рыб из умеренных и тропических широт, однако полное отсутствие дыхательных пигментов, имеющих высокое сродство к кислороду, наблюдается только у белокровных.

При низких температурах вязкость жидкостей, особенно таких как кровь, значительно возрастает, что существенно замедляет скорость доставки и ухудшает доставку кислорода к тканям. С другой стороны, при низких температурах возрастает растворимость кислорода в жидкостях (это верно и для плазмы); так в морской воде, в поверхностных слоях океана, при температуре 0°C растворимость кислорода будет около 8 мл/л, а при +15°C – 5,6 мл/л. Таким образом, с одной стороны отсутствие гемоглобина и уменьшение вязкости крови приводит к возрастанию скорости прохождения жидкости через организм, а с другой значительно снижает кислородную емкость крови (около 10% от емкости крови краснокровных), даже с учетом повышенной растворимости кислорода и увеличенного объема крови. Было показано, что у ледяных рыб существуют адаптации разного уровня, компенсирующие особенности жизнедеятельности при отсутствии дыхательных пигментов. К ним относятся: низкий уровень метаболизма, хорошо кровоснабжаемые жабры, увеличенный объем крови, повышенный сердечный выброс (более чем в два раза, по сравнению с другими представителями подотряда нототенионидных, до 8 % от общего объема), активное поглощение кислорода кожей, усиленный кровоток с низкой вязкостью, расширенные капилляры, крупное сердце (с очень большим количеством митохондрий, да, и в целом, содержание митохондрий у них повышено), усиленная васкуляризация кожи (благодаря чему появляется возможность поглощать кислород не только жабрами, но и всей поверхностью кожи). Кроме того, и это важно для проживания при околонулевых температурах, ледяные рыбы обладают специальными механизмами, препятствующими образованию льда. При этом несмотря на значительные изменения морфологии их мозг и сенсорные системы мало чем отличаются от аналогичных органов других рыб с красной кровью.

За исключением одного вида, белокровные рыбы обитают в морях, омывающих Антарктиду, на глубине 700-800 метров (некоторые были обнаружены на глубине более 1500 м). «Верхняя начальная летальная температура» для ледяных рыб составляет 4–5 °C. Длина рыб варьирует в зависимости от вида, но можно сказать, что в среднем длина около полуметра. Возраст порядка 5-8 лет, а вес, в среднем немного более 1 кг (пусть в задаче будет 1 кг). Питается в основном крилем и рыбой. Некоторые виды ледяной рыбы во второй половине XX века были достаточно многочисленны, чтобы стать объектом коммерческого вылова, основным объектом промысла был *Champsocephalus gunnari*. В настоящее время коммерческий вылов в нашей стране не ведется.

На основании приведенных здесь и самостоятельно найденных в надежных источниках данных ответьте на следующие вопросы и решите простую задачу:

- 1. Очень часто пишут, что основной причиной появления «белой крови» в процессе эволюции является повышенная растворимость кислорода в воде при низких температурах: со снижением температуры до нуля Цельсия в воде увеличивается содержание кислорода, его становится больше чем кислорода, растворенного в умеренных и экваториальных широтах, и его количества в этих условиях достаточно, чтобы дышать при помощи жабр и кожи. Как вы считаете, так ли это? Ответ поясните. (3 балла)**
- 2. Небольшой вопрос на знание теории: для чего нужны гемоглобин и миоглобин? (2 балла)**
- 3. Решите задачу: Какое количество кислорода может получить краснокровная и белокровные рыбы (мл/мин) для поддержания своей жизнедеятельности при 0°C и при +20°C (5 баллов)**

Необходимые для решения задачи параметры представлены в таблице (или в тексте с Информацией).

	Белокровная рыба	Краснокровная рыба
Сердечный выброс при 0°C, мл крови/кг веса/мин	90	30
Кислородная емкость крови, %	1	10
Вязкость крови при 0°C, Мп	2,4	16
Вязкость крови при 20°C, Мп	1,2	4

Считаем, упрощенно, что зависимость сердечного выброса от вязкости определяется по формуле Пуазейля:

$$\text{сердечный выброс} = K \frac{\text{давление}}{\text{вязкость}},$$

где K – некая константа.

При решении задачи считаем, что на параметры крови существенно влияет только температура, другие параметры, например, давление, оказывают значительно меньшее воздействие на фоне влияния температуры и ими можно пренебречь (в первом приближении это действительно так).

4. Как вы думаете, сможет ли ледяная рыба выжить при +20°C? (2 балла)
5. Существует несколько гипотез, объясняющих исчезновение гемоглобина. С некоторой натяжкой эти гипотезы можно разделить на две больших группы: 1) исчезновение гемоглобина есть результат естественного отбора, это полезная адаптация к особенностям окружающей среды, таким как исключительно холодная и богатая кислородом вода (действительно, число эритроцитов и концентрация гемоглобина у многих антарктических рыб ниже, чем у рыб из умеренных и тропических вод); и 2) это было неадаптивное (невыгодное) изменение, которое смогло закрепиться в отсутствие конкуренции со стороны других морских животных, а также было скомпенсировано большим количеством не очень выгодных адаптаций. Как вы думаете, какая из этих гипотез более справедлива. Дайте короткий аргументированный ответ. (3 балла)

Всего – 15 баллов

Решение варианта 1

Отметим, что хотя изучение белокровных рыб ведется уже более ста лет, накопленных данных по ним не так много, а их исследование — важная задача на настоящий момент, причем многие утверждения о них так и остаются гипотезами.

Ответы на вопросы могут отличаться от приведенных ниже, главное логичность и аргументированность ответов в рамках современных научных представлений (аргументы «мне друзья сказали» или «вот какая-то непонятная ссылка из интернета», как вы понимаете, не является аргументом, а вот упоминание о краснокровных рыбах или ЗКМ на

глубинах 500-1000, — см. ответ на 1 подвопрос, особенно при упоминании ссылок на источник, что желательно, но необязательно, является).

1. Действительно, снижение температуры приводит к значительному увеличению количества растворенного кислорода в воде и в холодных водах, при прочих равных, условиях уровень кислорода выше, чем в теплых. Это дает серьезный прирост потребления кислорода через жабры, которые способны усваивать до 90% содержащегося в воде кислорода (в отличие от легких, КПД которых меньше, примерно в четыре раза). Это так, однако, это справедливо только на поверхности. Вспомним, что большая часть ледяных рыб обитают на глубине 700-800 метров. Это так называемая зона кислородного минимума (ЗКМ) или затененная зона – зона, расположенная на глубине примерно 200-1000 метров, в которой содержание кислорода в морской воде минимально. Это справедливо и для Антарктической шельфовой зоны, где в силу физических причин перемешивание воды несколько сильнее, чем в экваториальной зоне. Так, согласно литературным данным, в море Уэдделла содержание кислорода на этой глубине меньше 5 мл/л (при около 8 на поверхности), что сравнимо содержанием кислорода в умеренных широтах, где обитает огромное количество рыб с красной кровью. Собственно, и в Антарктических морях краснокровные рыбы обитают на этой глубине. Другое дело что на этой глубине повышается и кислородная емкость плазмы, которая с учетом, многочисленных адаптаций позволяет переносить достаточное количество кислорода к тканям, но это выглядит как адаптация позволяющая частично скомпенсировать возникающую проблему недостатка кислорода. Так что увеличение количества кислорода в результате снижения температур не кажется основной причиной появления белокровных рыб. Хотя, безусловно, где-нибудь на Экваторе у белокровной рыбы не было бы шансов выжить.

Упоминание ЗКМ или просто понимание о снижении концентрации кислорода на глубине, где обитают ледяные рыбы – **2 балла. 3 балла** за правильный ответ.

2. Оба белка имеют сходное строение и содержат железо. Гемоглобин находится в крови (эритроцитов) животных, его главная задача — транспорт кислорода. Гемоглобин связывает кислород в лёгких и транспортирует его к органам и тканям, обеспечивая их жизнедеятельность. Миоглобин содержится в мышцах, главным образом скелетной, его основными функциями являются: накопление кислорода и его доставку непосредственно в мышечные клетки при возникающей нагрузке.

Правильное описание миоглобина и гемоглобина **по одному баллу. 2 балла** за правильный ответ.

3. Решение этой задачи довольно простое (она очень упрощена), трудности может вызвать только непривычная терминология:

Вес рыбы 1 кг. Таким образом, в сердечном выбросе белой рыбы 90 мл крови/мин. 1% кислородной емкости означает что в сердечном выбросе 0,9 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы, он составляет 3 мл O_2 /мин. Рассчитаем аналогичные параметры при +20°C. Вязкость при 0°C больше чем вязкость при +20°C в два раза, таким образом, согласно формуле Пуазейля, сердечный выброс при +20°C будет превышать выброс при 0°C в два раза, а количество кислорода при 0°C будет 1,8 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы при +20°C, он составляет 12 мл O_2 /мин. Мы видим, что кровь с гемоглобином имеет преимущества в

количестве переносимого кислорода, хотя в случае 0 температуры преимущество не столь значительное.

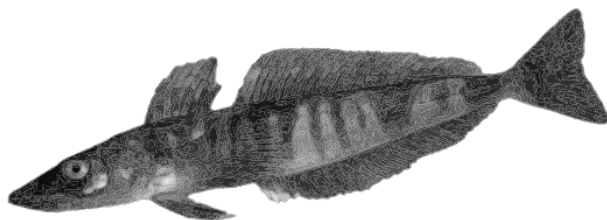
По одному баллу за правильный расчет сердечного выброса белой и красной рыбы при 0 и 20 С, **5 баллов** за правильное решение задачи.

4. Из условий задания сразу понятно, что нет (смотри верхнюю начальную летальную температуру). Этого уже будет достаточно для ответа, если из ответа будет понятно, что такое «начальная летальная температура» (температура, выше которой организм не может поддерживать свою жизнедеятельность и погибает, даже если он находится в комфортных условиях). Кроме того, можно вспомнить, что ледяная рыба приобрела много адаптаций для жизни в отсутствие гемоглобина, в том числе низкий уровень метаболизма, с повышением температуры, уровень метаболизма возрастает, следовательно, ничего хорошего нашу рыбу при повышении температуры не ждет.

Два балла при пояснении что значит «начальная летальная температура».

5. В ответ на этот подвопрос принимаются любые непротиворечивые логичные ответы. Однако, как вы видите из ответов на предыдущие подвопросы, авторы задачи не считают исчезновение гемоглобина у белокровных рыб «адаптивным» и «полезным». **3 балла** максимум.

Вариант 2



Ледяная рыба – собирательное название рыб, относящихся к семейству Белокровных (*Channichthyidae*), и характеризующихся наличием т.н. «белой крови» - фактически плазмы, в которой полностью отсутствует гемоглобин (а у пяти видов Белокровных отсутствует даже миоглобин), хотя в этой «крови» и присутствует некоторое количество клеток, содержащих различные ферменты, выполняющими важные метаболические функции. У других белокровных рыб, не «ледяных», эритроциты с гемоглобином присутствуют, но их количество значительно меньше (обычно на 1-2 порядка), чем у обычных «краснокровных рыб», обитающих в Антарктике.

Эффект уменьшения количества гемоглобина и переносящих его клеток не уникален в условиях Антарктики: у многих антарктических рыб, не только у ледяных, число эритроцитов и концентрация гемоглобина ниже, чем у рыб из умеренных и тропических широт, однако полное отсутствие дыхательных пигментов, имеющих высокое сродство к кислороду, наблюдается только у белокровных.

При низких температурах вязкость жидкостей, особенно таких как кровь, значительно возрастает, что существенно замедляет скорость доставки и ухудшает доставку кислорода к тканям. С другой стороны, при низких температурах возрастает растворимость кислорода в жидкостях (это верно и для плазмы); так в морской воде, в поверхностных слоях океана, при температуре 0°C растворимость кислорода будет около 8 мл/л, а при +15°C – 5,6 мл/л. Таким

образом, с одной стороны отсутствие гемоглобина и уменьшение вязкости крови приводит к возрастанию скорости прохождения жидкости через организм, а с другой значительно снижает кислородную емкость крови (около 10% от емкости крови краснокровных), даже с учетом повышенной растворимости кислорода и увеличенного объема крови. Было показано, что у ледяных рыб существуют адаптации разного уровня, компенсирующие особенности жизнедеятельности при отсутствии дыхательных пигментов. К ним относятся: низкий уровень метаболизма, хорошо кровоснабжаемые жабры, увеличенный объем крови, повышенный сердечный выброс (более чем в два раза, по сравнению с другими представителями подотряда нототениоидных, до 8% от общего объема), активное поглощение кислорода кожей, усиленный кровоток с низкой вязкостью, расширенные капилляры, крупное сердце (с очень большим количеством митохондрий, да, и в целом, содержание митохондрий у них повышено), усиленная васкуляризация кожи (благодаря чему появляется возможность поглощать кислород не только жабрами, но и всей поверхностью кожи). Кроме того, и это важно для проживания при околонулевых температурах, ледяные рыбы обладают специальными механизмами, препятствующими образованию льда. При этом, несмотря на значительные изменения морфологии их мозг и сенсорные системы мало чем отличаются от аналогичных органов других рыб с красной кровью.

За исключением одного вида, белокровные рыбы обитают в морях, омывающих Антарктиду, на глубине 700-800 метров (некоторые были обнаружены на глубине более 1500 м). «Верхняя начальная летальная температура» для ледяных рыб составляет 4–5 °С. Длина рыб варьирует в зависимости от вида, но можно сказать, что в среднем длина около полуметра. Возраст порядка 5-8 лет, а вес, в среднем немного более 1 кг (пусть в задаче будет 1 кг). Питается в основном крилем и рыбой. Некоторые виды ледяной рыбы во второй половине XX века были достаточно многочисленны, чтобы стать объектом коммерческого вылова, основным объектом промысла был *Champsocephalus gunnari*. В настоящее время коммерческий вылов в нашей стране не ведется.

На основании приведенных здесь и самостоятельно найденных в надежных источниках данных ответьте на следующие вопросы и решите простую задачу:

- 1. Очень часто пишут, что основной причиной появления «белой крови» в процессе эволюции является повышенная растворимость кислорода в воде при низких температурах: со снижением температуры до нуля Цельсия в воде увеличивается содержание кислорода, его становится больше чем кислорода, растворенного в умеренных и экваториальных широтах, и его количества в этих условиях достаточно, чтобы дышать при помощи жабр и кожи. Как вы считаете, так ли это? Ответ поясните. (3 балла)**
- 2. В чем отличие эритроцитов млекопитающих и рыб? (2 балла)**
- 3. Решите задачу: Какое количество кислорода может получить краснокровная и белокровная рыбы (мл/мин) для поддержания своей жизнедеятельности при 0°C и при +20°C? (5 баллов)**

Необходимые для решения задачи параметры представлены в таблице (или в тексте с Информацией).

	Белокровная рыба	Краснокровная рыба
Сердечный выброс при 0 ⁰ С, мл крови/кг веса/мин	90	40
Кислородная емкость крови, %	1	10
Вязкость крови при 0 ⁰ С, Мп	2,4	16
Вязкость крови при 20 ⁰ С, Мп	1,2	4

Считаем, упрощенно, что зависимость сердечного выброса от вязкости определяется по формуле Пуазейля:

$$\text{сердечный выброс} = K \frac{\text{давление}}{\text{вязкость}},$$

где K – некая константа.

При решении задачи считаем, что на параметры крови существенно влияет только температура, другие параметры, например, давление, оказывают значительно меньшее воздействие на фоне влияния температуры, и ими можно пренебречь (в первом приближении это действительно так).

4. Как вы думаете, сможет ли ледяная рыба выжить при +20⁰С? (2 балла)
5. Существует несколько гипотез, объясняющих исчезновение гемоглобина. С некоторой натяжкой, эти гипотезы можно разделить на две больших группы: 1) исчезновение гемоглобина есть результат естественного отбора, это полезная адаптация к особенностям окружающей среды, таким как исключительно холодная и богатая кислородом вода (действительно, число эритроцитов и концентрация гемоглобина у многих антарктических рыб ниже, чем у рыб из умеренных и тропических вод); и 2) это было неадаптивное (невыгодное) изменение, которое смогло выжить в отсутствие конкуренции со стороны других рыб, а также было скомпенсировано большим количеством не очень выгодных адаптаций. Как вы думаете, какая из этих гипотез более справедлива? Дайте короткий аргументированный ответ. (3 балла)

Всего – 15 баллов

Решение варианта 2

Отметим, что хотя изучение белокровных рыб ведется уже более ста лет, накопленных данных по ним не так много, а их исследование — важная задача на настоящий момент, причем многие утверждения о них так и остаются гипотезами.

Ответы на вопросы могут отличаться от приведенных ниже, главное логичность и аргументированность ответов в рамках современных научных представлений (аргументы «мне друзья сказали» или «вот такая-то непонятная ссылка из интернета», как вы понимаете, не является аргументом, а вот упоминание о краснокровных рыбах или ЗКМ на глубинах 500-1000, — см. ответ на 1 подвопрос, особенно при упоминании ссылок на источник, что желательно, но необязательно, является).

1. Действительно, снижение температуры приводит к значительному увеличению количества растворенного кислорода в воде и в холодных водах, при прочих равных, условиях уровень кислорода выше, чем в теплых. Это дает серьезный прирост потребления кислорода через жабры, которые способны усваивать до 90% содержащегося в воде кислорода (в отличие от легких, КПД которых меньше, примерно в четыре раза). Это так, однако, это справедливо только на поверхности. Вспомним, что большая часть ледяных рыб обитают на глубине 700-800 метров. Это так называемая зона кислородного минимума (ЗКМ) или затененная зона – зона, расположенная на глубине примерно 200-1000 метров, в которой содержание кислорода в морской воде минимально. Это справедливо и для Антарктической шельфовой зоны, где в силу физических причин перемешивание воды несколько сильнее, чем в экваториальной зоне. Так, согласно литературным данным, в море Уэдделла содержание кислорода на этой глубине меньше 5 мл/л (при около 8 на поверхности), что сравнимо содержанием кислорода в умеренных широтах, где обитает огромное количество рыб с красной кровью. Собственно, и в Антарктических морях краснокровные рыбы обитают на этой глубине. Другое дело что на этой глубине повышается и кислородная емкость плазмы, которая с учетом, многочисленных адаптаций позволяет переносить достаточное количество кислорода к тканям, но это выглядит как адаптация позволяющая частично скомпенсировать возникающую проблему недостатка кислорода. Так что увеличение количества кислорода в результате снижения температур не кажется основной причиной появления белокровных рыб. Хотя, безусловно, где-нибудь на Экваторе у белокровной рыбы не было бы шансов выжить.

Упоминание ЗКМ или просто понимание о снижении концентрации кислорода на глубине, где обитают ледяные рыбы – **2 балла. 3 балла** за правильный ответ.

2. Основное видимое отличие – это наличие ядра в зрелых эритроцитах рыб, также концентрация гемоглобина в плазме эритроцитов значительно ниже. Кроме того, существуют и другие отличия, например, форма, отличающиеся оптимальные физиологические параметры и др.

Упоминание наличия ядра – **1 балл. Максимальное количество баллов – 2.**

3. Решение этой задачи довольно простое (она очень упрощена), трудности может вызвать только непривычная терминология:

Вес рыбы 1 кг. Таким образом, в сердечном выбросе белой рыбы 90 мл крови/мин. 1% кислородной емкости означает что в сердечном выбросе 0,9 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы, он составляет 4 мл O_2 /мин. Рассчитаем аналогичные параметры при +20°С. Вязкость при 0°С больше чем вязкость при +20°С в два раза, таким образом, согласно формуле Пуазейля, сердечный выброс при +20°С будет превышать выброс при 0°С в два раза, а количество кислорода при 0°С будет 1,8 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы при +20°С, он составляет 16 мл O_2 /мин. Мы видим, что кровь с гемоглобином имеет преимущества в количестве переносимого кислорода, хотя в случае 0 температуры преимущество не столь значительное.

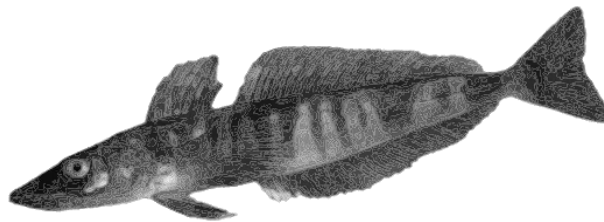
По одному баллу за правильный расчет сердечного выброса белой и красной рыбы при 0 и 20 С, **5 баллов** за правильное решение задачи.

4. Из условий задания сразу понятно, что нет (смотри верхнюю начальную летальную температуру). Этого уже будет достаточно для ответа, если из ответа будет понятно, что такое «начальная летальная температура» (температура, выше которой организм не может поддерживать свою жизнедеятельность и погибает, даже если он находится в комфортных условиях). Кроме того, можно вспомнить, что ледяная рыба приобрела много адаптаций для жизни в отсутствие гемоглобина, в том числе низкий уровень метаболизма, с повышением температуры, уровень метаболизма возрастает, следовательно, ничего хорошего нашу рыбу при повышении температуры не ждет.

Два балла при пояснении что значит «начальная летальная температура».

5. В ответ на этот подвопрос принимаются любые непротиворечивые логичные ответы. Однако, как вы видите из ответов на предыдущие подвопросы, авторы задачи не считают исчезновение гемоглобина у белокровных рыб «адаптивным» и «полезным».
- 3 балла** максимум.

Вариант 3



Ледяная рыба – собирательное название рыб, относящихся к семейству Белокровных (*Channichthyidae*), и характеризующихся наличием т.н. «белой крови» - фактически плазмы, в которой полностью отсутствует гемоглобин (а у пяти видов Белокровных отсутствует даже миоглобин), хотя в этой «крови» и присутствует некоторое количество клеток, содержащих различные ферменты, выполняющими важные метаболические функции. У других белокровных рыб, не «ледяных», эритроциты с гемоглобином присутствуют, но их количество значительно меньше (обычно на 1-2 порядка), чем у обычных «краснокровных рыб», обитающих в Антарктике.

Эффект уменьшения количества гемоглобина и переносящих его клеток не уникален в условиях Антарктики: у многих антарктических рыб, не только у ледяных рыб, число эритроцитов и концентрация гемоглобина ниже, чем у рыб из умеренных и тропических широт, однако полное отсутствие дыхательных пигментов, имеющих высокое сродство к кислороду, наблюдается только у белокровных.

При низких температурах вязкость жидкостей, особенно таких как кровь, значительно возрастает, что существенно замедляет скорость доставки и ухудшает доставку кислорода к тканям. С другой стороны, при низких температурах возрастает растворимость кислорода в жидкостях (это верно и для плазмы); так в морской воде, в поверхностных слоях океана, при температуре 0°C растворимость кислорода будет около 8 мл/л, а при +15°C – 5,6 мл/л. Таким образом, с одной стороны отсутствие гемоглобина и уменьшение вязкости крови приводит к возрастанию скорости прохождения жидкости через организм, а с другой значительно снижает кислородную емкость крови (около 10% от емкости крови краснокровных), даже с учетом повышенной растворимости кислорода и увеличенного объема крови. Было показано, что у ледяных рыб существуют адаптации разного уровня, компенсирующие

особенности жизнедеятельности при отсутствии дыхательных пигментов. К ним относятся: низкий уровень метаболизма, хорошо кровоснабжаемые жабры, увеличенный объем крови, повышенный сердечный выброс (более чем в два раза, по сравнению с другими представителями подотряда нототениеидных, до 8 % от общего объема), активное поглощение кислорода кожей, усиленный кровоток с низкой вязкостью, расширенные капилляры, крупное сердце (с очень большим количеством митохондрий, да, и в целом, содержание митохондрий у них повышено), усиленная васкуляризация кожи (благодаря чему появляется возможность поглощать кислород не только жабрами, но и всей поверхностью кожи). Кроме того, и это важно для проживания при околонулевых температурах, ледяные рыбы обладают специальными механизмами, препятствующими образованию льда. При этом несмотря на значительные изменения морфологии их мозг и сенсорные системы мало чем отличаются от аналогичных органов других рыб с красной кровью.

За исключением одного вида, белокровные рыбы обитают в морях, омывающих Антарктиду, на глубине 700-800 метров (некоторые были обнаружены на глубине более 1500 м). «Верхняя начальная летальная температура» для ледяных рыб составляет 4–5 °С. Длина рыб варьирует в зависимости от вида, но можно сказать, что в среднем длина около полуметра. Возраст порядка 5-8 лет, а вес, в среднем немного более 1 кг (пусть в задаче будет 1 кг). Питается в основном крилем и рыбой. Некоторые виды ледяной рыбы во второй половине XX века были достаточно многочисленны, чтобы стать объектом коммерческого вылова, основным объектом промысла был *Champscephalus gunnari*. В настоящее время коммерческий вылов в нашей стране не ведется.

На основании приведенных здесь и самостоятельно найденных в надежных источниках данных ответьте на следующие вопросы и решите простую задачу:

- 1. Очень часто пишут, что основной причиной появления «белой крови» в процессе эволюции является повышенная растворимость кислорода в воде при низких температурах: со снижением температуры до нуля Цельсия в воде увеличивается содержание кислорода, его становится больше чем кислорода, растворенного в умеренных и экваториальных широтах, и его количества в этих условиях достаточно, чтобы дышать при помощи жабр и кожи. Как вы считаете, так ли это? Ответ поясните. (3 балла)**
- 2. Коротко напишите, как устроено кровообращение рыб, какую кровь прокачивают рыбы через сердце? (2 балла)**
- 3. Решите задачу: Какое количество кислорода может получить краснокровная и белокровные рыбы (мл/мин) для поддержания своей жизнедеятельности при 0°C и при +20°C? (5 баллов)**

Необходимые для решения задачи параметры представлены в таблице (или в тексте с Информацией).

	Белокровная рыба	Краснокровная рыба
Сердечный выброс при 0°C, мл крови/кг веса/мин	90	40
Кислородная емкость крови, %	1	10
Вязкость крови при 0°C, Мп	2,2	16
Вязкость крови при 20°C, Мп	1,1	4

Считаем, упрощенно, что зависимость сердечного выброса от вязкости определяется по формуле Пуазейля:

$$\text{сердечный выброс} = K \frac{\text{давление}}{\text{вязкость}},$$

где K – некая константа.

При решении задачи считаем, что на параметры крови существенно влияет только температура, другие параметры, например, давление, оказывают значительно меньшее воздействие на фоне влияния температуры и ими можно пренебречь (в первом приближении это действительно так).

4. Как вы думаете, сможет ли ледяная рыба выжить при +20°C? (2 балла)
5. Существует несколько гипотез, объясняющих исчезновение гемоглобина, с некоторой натяжкой, эти гипотезы можно разделить на две больших группы: 1) исчезновение гемоглобина есть результат естественного отбора, это полезная адаптация к особенностям окружающей среды, таким как исключительно холодная и богатая кислородом вода (действительно, число эритроцитов и концентрация гемоглобина у многих антарктических рыб ниже, чем у рыб из умеренных и тропических вод); и 2) это было неадаптивное (невыгодное) изменение, которое смогло выжить в отсутствие конкуренции со стороны других рыб(животных), а также было скомпенсировано большим количеством не очень выгодных адаптаций. Как вы думаете, какая из этих гипотез более справедлива. Дайте короткий аргументированный ответ. (3 балла)

Всего – 15 баллов

Решение варианта 3

Отметим, что хотя изучение белокровных рыб ведется уже более ста лет, накопленных данных по ним не так много, а их исследование — важная задача на настоящий момент, причем многие утверждения о них так и остаются гипотезами.

Ответы на вопросы могут отличаться от приведенных ниже, главное логичность и аргументированность ответов в рамках современных научных представлений (аргументы «мне друзья сказали» или «вот такая-то непонятная ссылка из интернета», как вы понимаете, не является аргументом, а вот упоминание о краснокровных рыбах или ЗКМ на глубинах 500-1000, — см. ответ на 1 подвопрос, особенно при упоминании ссылок на источник, что желательно, но необязательно, является).

1. Действительно, снижение температуры приводит к значительному увеличению количества растворенного кислорода в воде и в холодных водах, при прочих равных, условиях уровень кислорода выше, чем в теплых. Это дает серьезный прирост потребления кислорода через жабры, которые способны усваивать до 90% содержащегося в воде кислорода (в отличие от легких, КПД которых меньше, примерно в четыре раза). Это так, однако, это справедливо только на поверхности. Вспомним, что большая часть ледяных рыб обитают на глубине 700-800 метров. Это так называемая зона кислородного минимума (ЗКМ) или затененная зона – зона, расположенная на глубине примерно 200-1000 метров, в которой содержание кислорода в морской воде минимально. Это справедливо и для Антарктической шельфовой зоны, где в силу физических причин перемешивание воды несколько сильнее, чем в экваториальной зоне. Так, согласно литературным данным, в море Уэдделла содержание кислорода на этой глубине меньше 5 мл/л (при около 8 на поверхности), что сравнимо содержанием кислорода в умеренных широтах, где обитает огромное количество рыб с красной кровью. Собственно, и в Антарктических морях краснокровные рыбы обитают на этой глубине. Другое дело что на этой глубине повышается и кислородная емкость плазмы, которая с учетом, многочисленных адаптаций позволяет переносить достаточное количество кислорода к тканям, но это выглядит как адаптация позволяющая частично скомпенсировать возникающую проблему недостатка кислорода. Так что увеличение количества кислорода в результате снижения температур не кажется основной причиной появления белокровных рыб. Хотя, безусловно, где-нибудь на Экваторе у белокровной рыбы не было бы шансов выжить.

Упоминание ЗКМ или просто понимание о снижении концентрации кислорода на глубине, где обитают ледяные рыбы – **2 балла. 3 балла** за правильный ответ.

2. Ответ на этот вопрос вы должны знать из школьной программы. У рыб замкнутая кровеносная система с одним кругом кровообращения. Сердце двухкамерное (одно предсердие и один желудочек), через которое прокачивается только венозная кровь.

Упоминание замкнутой кровеносной системы и одного круга кровообращения – **1 балл**.
Упоминание двухкамерного сердца и венозной крови – **1 балл**.

3. Решение этой задачи довольно простое (она очень упрощена), трудности может вызвать только непривычная терминология:

Вес рыбы 1 кг. Таким образом, в сердечном выбросе белой рыбы 90 мл крови/мин. 1% кислородной емкости означает что в сердечном выбросе 0,9 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы, он составляет 4 мл O_2 /мин. Рассчитаем аналогичные параметры при $+20^{\circ}C$. Вязкость при $0^{\circ}C$ больше чем вязкость при $+20^{\circ}C$ в два раза, таким образом, согласно формуле Пуазейля, сердечный выброс при $+20^{\circ}C$ будет превышать выброс при $0^{\circ}C$ в два раза, а количество кислорода при $0^{\circ}C$ будет 1,8 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы при $+20^{\circ}C$, он составляет 16 мл O_2 /мин. Мы видим, что кровь с гемоглобином имеет преимущества в количестве переносимого кислорода, хотя в случае 0 температуры преимущество не столь значительное.

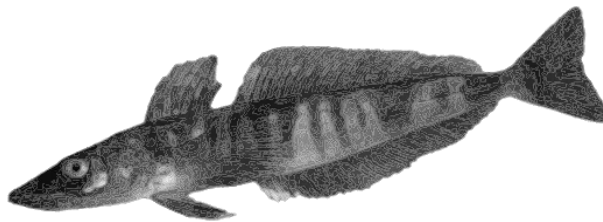
По одному баллу за правильный расчет сердечного выброса белой и красной рыбы при 0 и $20^{\circ}C$, **5 баллов** за правильное решение задачи.

4. Из условий задания сразу понятно, что нет (смотри верхнюю начальную летальную температуру). Этого уже будет достаточно для ответа, если из ответа будет понятно, что такое «начальная летальная температура» (температура, выше которой организм не может поддерживать свою жизнедеятельность и погибает, даже если он находится в комфортных условиях). Кроме того, можно вспомнить, что ледяная рыба приобрела много адаптаций для жизни в отсутствие гемоглобина, в том числе низкий уровень метаболизма, с повышением температуры, уровень метаболизма возрастает, следовательно, ничего хорошего нашу рыбу при повышении температуры не ждет.

Два балла при пояснении что значит «начальная летальная температура».

5. В ответ на этот подвопрос принимаются любые непротиворечивые логичные ответы. Однако, как вы видите из ответов на предыдущие подвопросы, авторы задачи не считают исчезновение гемоглобина у белокровных рыб «адаптивным» и «полезным».
- 3 балла** максимум.

Вариант 4



Ледяная рыба – собирательное название рыб, относящихся к семейству Белокровных (*Channichthyidae*), и характеризующихся наличием т.н. «белой крови» - фактически плазмы, в которой полностью отсутствует гемоглобин (а у пяти видов Белокровных отсутствует даже миоглобин), хотя в этой «крови» и присутствует некоторое количество клеток, содержащих различные ферменты, выполняющими важные метаболические функции. У других белокровных рыб, не «ледяных», эритроциты с гемоглобином присутствуют, но их количество значительно меньше (обычно на 1-2 порядка), чем у обычных «краснокровных рыб», обитающих в Антарктике.

Эффект уменьшения количества гемоглобина и переносящих его клеток не уникален в условиях Антарктики: у многих антарктических рыб, не только у ледяных рыб, число эритроцитов и концентрация гемоглобина ниже, чем у рыб из умеренных и тропических широт, однако полное отсутствие дыхательных пигментов, имеющих высокое сродство к кислороду, наблюдается только у белокровных.

При низких температурах вязкость жидкостей, особенно таких как кровь, значительно возрастает, что существенно замедляет скорость доставки и ухудшает доставку кислорода к тканям. С другой стороны, при низких температурах возрастает растворимость кислорода в жидкостях (это верно и для плазмы); так в морской воде, в поверхностных слоях океана, при температуре 0°C растворимость кислорода будет около 8 мл/л, а при +15°C – 5,6 мл/л. Таким образом, с одной стороны отсутствие гемоглобина и уменьшение вязкости крови приводит к возрастанию скорости прохождения жидкости через организм, а с другой значительно снижает кислородную емкость крови (около 10% от емкости крови краснокровных), даже с учетом повышенной растворимости кислорода и увеличенного объема крови. Было показано, что у ледяных рыб существуют адаптации разного уровня, компенсирующие

особенности жизнедеятельности при отсутствии дыхательных пигментов. К ним относятся: низкий уровень метаболизма, хорошо кровоснабжаемые жабры, увеличенный объем крови, повышенный сердечный выброс (более чем в два раза, по сравнению с другими представителями подотряда нототениеидных, до 8 % от общего объема), активное поглощение кислорода кожей, усиленный кровоток с низкой вязкостью, расширенные капилляры, крупное сердце (с очень большим количеством митохондрий, да, и в целом, содержание митохондрий у них повышено), усиленная васкуляризация кожи (благодаря чему появляется возможность поглощать кислород не только жабрами, но и всей поверхностью кожи). Кроме того, и это важно для проживания при околонулевых температурах, ледяные рыбы обладают специальными механизмами, препятствующими образованию льда. При этом несмотря на значительные изменения морфологии их мозг и сенсорные системы мало чем отличаются от аналогичных органов других рыб с красной кровью.

За исключением одного вида, белокровные рыбы обитают в морях, омывающих Антарктиду, на глубине 700-800 метров (некоторые были обнаружены на глубине более 1500 м). «Верхняя начальная летальная температура» для ледяных рыб составляет 4–5 °С. Длина рыб варьирует в зависимости от вида, но можно сказать, что в среднем длина около полуметра. Возраст порядка 5-8 лет, а вес, в среднем немного более 1 кг (пусть в задаче будет 1 кг). Питается в основном крилем и рыбой. Некоторые виды ледяной рыбы во второй половине XX века были достаточно многочисленны, чтобы стать объектом коммерческого вылова, основным объектом промысла был *Champscephalus gunnari*. В настоящее время коммерческий вылов в нашей стране не ведется.

На основании приведенных здесь и самостоятельно найденных в надежных источниках данных ответьте на следующие вопросы и решите простую задачу:

1. Очень часто пишут, что основной причиной появления «белой крови» в процессе эволюции является повышенная растворимость кислорода в воде при низких температурах: со снижением температуры до нуля Цельсия в воде увеличивается содержание кислорода, его становится больше чем кислорода, растворенного в умеренных и экваториальных широтах, и его количества в этих условиях достаточно, чтобы дышать при помощи жабр и кожи. Как вы считаете, так ли это? Ответ поясните. (3 балла)
2. Какие основные дыхательные пигменты вы знаете, у кого они были обнаружены (пример)? (2 балла)
3. Решите задачу: Какое количество кислорода может получить краснокровная и белокровные рыбы (мл/мин) для поддержания своей жизнедеятельности при 0°C и при +20°C? (5 баллов)

Необходимые для решения задачи параметры представлены в таблице (или в тексте с Информацией).

	Белокровная рыба	Краснокровная рыба
Сердечный выброс при 0°C, мл крови/кг веса/мин	90	40
Кислородная емкость крови, %	1	10
Вязкость крови при 0°C, Мп	2,2	16
Вязкость крови при 20°C, Мп	1,1	4

Считаем, упрощенно, что зависимость сердечного выброса от вязкости определяется по формуле Пуазейля:

$$\text{сердечный выброс} = K \frac{\text{давление}}{\text{вязкость}},$$

где K – некая константа.

При решении задачи считаем, что на параметры крови существенно влияет только температура, другие параметры, например, давление, оказывают значительно меньшее воздействие на фоне влияния температуры и ими можно пренебречь (в первом приближении это действительно так).

4. Как вы думаете, сможет ли ледяная рыба выжить при $+20^{\circ}\text{C}$? (2 балла)
5. Существует несколько гипотез, объясняющих исчезновение гемоглобина, с некоторой натяжкой, эти гипотезы можно разделить на две больших группы: 1) исчезновение гемоглобина есть результат естественного отбора, это полезная адаптация к особенностям окружающей среды, таким как исключительно холодная и богатая кислородом вода (действительно, число эритроцитов и концентрация гемоглобина у многих антарктических рыб ниже, чем у рыб из умеренных и тропических вод); и 2) это было неадаптивное (невыгодное) изменение, которое смогло выжить в отсутствие конкуренции со стороны других рыб(животных), а также было скомпенсировано большим количеством не очень выгодных адаптаций. Как вы думаете, какая из этих гипотез более справедлива. Дайте короткий аргументированный ответ. (3 балла)

Всего – 15 баллов

Решение варианта 4

Отметим, что хотя изучение белокровных рыб ведется уже более ста лет, накопленных данных по ним не так много, а их исследование — важная задача на настоящий момент, причем многие утверждения о них так и остаются гипотезами.

Ответы на вопросы могут отличаться от приведенных ниже, главное логичность и аргументированность ответов в рамках современных научных представлений (аргументы «мне друзья сказали» или «вот какая-то непонятная ссылка из интернета», как вы понимаете, не является аргументом, а вот упоминание о краснокровных рыбах или ЗКМ на глубинах 500-1000, — см. ответ на 1 подвопрос, особенно при упоминании ссылок на источник, что желательно, но необязательно, является).

1. Действительно, снижение температуры приводит к значительному увеличению количества растворенного кислорода в воде и в холодных водах, при прочих равных, условиях уровень кислорода выше, чем в теплых. Это дает серьезный прирост потребления кислорода через жабры, которые способны усваивать до 90% содержащегося в воде кислорода (в отличие от легких, КПД которых меньше, примерно в четыре раза). Это так, однако, это справедливо только на поверхности. Вспомним, что большая часть ледяных рыб обитают на глубине 700-800 метров. Это так называемая зона кислородного минимума (ЗКМ) или затененная зона – зона,

расположенная на глубине примерно 200-1000 метров, в которой содержание кислорода в морской воде минимально. Это справедливо и для Антарктической шельфовой зоны, где в силу физических причин перемешивание воды несколько сильнее, чем в экваториальной зоне. Так, согласно литературным данным, в море Уэдделла содержание кислорода на этой глубине меньше 5 мл/л (при около 8 на поверхности), что сравнимо содержанием кислорода в умеренных широтах, где обитает огромное количество рыб с красной кровью. Собственно, и в Антарктических морях краснокровные рыбы обитают на этой глубине. Другое дело что на этой глубине повышается и кислородная емкость плазмы, которая с учетом, многочисленных адаптаций позволяет переносить достаточное количество кислорода к тканям, но это выглядит как адаптация позволяющая частично скомпенсировать возникающую проблему недостатка кислорода. Так что увеличение количества кислорода в результате снижения температур не кажется основной причиной появления белокровных рыб. Хотя, безусловно, где-нибудь на Экваторе у белокровной рыбы не было бы шансов выжить.

Упоминание ЗКМ или просто понимание о снижении концентрации кислорода на глубине, где обитают ледяные рыбы – **2 балла. 3 балла** за правильный ответ.

2. Ответ на этот вопрос вы должны знать из школьной программы. Основных дыхательных пигментов три: 1) наиболее распространенный железосодержащий пигмент гемоглобин, встречается практически во всех царствах, как основной дыхательный пигмент присутствует у позвоночных и многих беспозвоночных; 2) медьсодержащий аналог гемоглобина гемоцианин, обнаружен, главным образом, у моллюсков и членистоногих; и 3) железосодержащий металлопротеин гемэритрин, обнаруженный у беспозвоночных, в основном у различных червей.

Упоминание гемоглобина и гемоцианина – **1 балл**, упоминание гемэритрина и других ферментов – **два балла**.

3. Решение этой задачи довольно простое (она очень упрощена), трудности может вызвать только непривычная терминология:

Вес рыбы 1 кг. Таким образом, в сердечном выбросе белой рыбы 100 мл крови/мин. 1% кислородной емкости означает что в сердечном выбросе 1 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы, он составляет 3 мл O_2 /мин. Рассчитаем аналогичные параметры при +20°C. Вязкость при 0°C больше чем вязкость при +20°C в два раза, таким образом, согласно формуле Пуазейля, сердечный выброс при +20°C будет превышать выброс при 0°C в два раза, а количество кислорода при 0°C будет 2 мл O_2 /мин. Произведя аналогичные расчеты можно определить количество кислорода в сердечном выбросе красной рыбы при +20°C, он составляет 12 мл O_2 /мин. Мы видим, что кровь с гемоглобином имеет преимущества в количестве переносимого кислорода, хотя в случае 0 температуры преимущество не столь значительное.

По одному баллу за правильный расчет сердечного выброса белой и красной рыбы при 0 и 20 C, **5 баллов** за правильное решение задачи.

4. Из условий задания сразу понятно, что нет (смотри верхнюю начальную летальную температуру). Этого уже будет достаточно для ответа, если из ответа будет понятно, что такое «начальная летальная температура» (температура, выше которой организм не может поддерживать свою жизнедеятельность и погибает, даже если он находится

в комфортных условиях). Кроме того, можно вспомнить, что ледяная рыба приобрела много адаптаций для жизни в отсутствие гемоглобина, в том числе низкий уровень метаболизма, с повышением температуры, уровень метаболизма возрастает, следовательно, ничего хорошего нашу рыбу при повышении температуры не ждет.

Два балла при пояснении что значит «начальная летальная температура».

5. В ответ на этот подвопрос принимаются любые непротиворечивые логичные ответы. Однако, как вы видите из ответов на предыдущие подвопросы, авторы задачи не считают исчезновение гемоглобина у белокровных рыб «адаптивным» и «полезным». **3 балла** максимум.