



**Олимпиада школьников «Ломоносов» по высоким технологиям  
2025/26 учебный год. Отборочный этап. 5 – 9 классы  
Решения задач. Критерии оценивания**

**Задача по химии (4 балла)**

**Вариант 1. Наночастицы для защиты от Солнца**



При осторожном нагревании гидроксида цинка можно получить наночастицы вещества X, которое широко используется в солнцезащитных кремах.

**Определите X (2 балла), напишите уравнение реакции (1 балл). На каком свойстве X основано его применение? (1 балл)**

**Всего – 4 балла**

**Решение варианта 1**

X – это оксид цинка ZnO 2 балла

$\text{Zn(OH)}_2 = \text{ZnO} + \text{H}_2\text{O}$  1 балл

Его применение основано на способности поглощать и отражать ультрафиолетовое излучение. 1 балл

**Вариант 2. Наночастицы для защиты от Солнца**



При термическом разложении нитрата цинка при температуре около 300 °С образуется белый нанопорошок вещества X, которое широко используется в солнцезащитных кремах.

**Определите X (2 балла), напишите уравнение реакции (1 балл). На каком свойстве X основано его применение? (1 балл)**

**Всего – 4 балла**

### **Решение варианта 2**

X – это оксид цинка ZnO 2 балла

$2\text{Zn}(\text{NO}_3)_2 = 2\text{ZnO} + 4\text{NO}_2 + \text{O}_2$  1 балл

Его применение основано на способности поглощать и отражать ультрафиолетовое излучение. 1 балл

### **Вариант 3. Наночастицы для оптики**



Тетраэтоксисилан (TEOS) – бесцветная жидкость, при медленном добавлении которой к водно-спиртовому раствору в присутствии аммиака образуется белый гель, состоящий из сферических наночастиц X. Этот материал является основой многих золь-гель технологий и используется для создания просветляющих покрытий.

**Определите X (2 балла), напишите уравнение реакции (2 балла).**

**Всего – 4 балла**

### **Решение варианта 3**

X – это оксид кремния SiO<sub>2</sub> 2 балла

$\text{Si}(\text{OC}_2\text{H}_5)_4 + 2\text{H}_2\text{O} = \text{SiO}_2 + 4\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  2 балла

**Вариант 4. Наночастицы металла**

Пентакарбонил железа – летучая желтоватая жидкость. Его пары разлагаются при умеренном нагревании в инертной атмосфере, что является одним из промышленных способов получения особо чистого вещества X в виде наноразмерного порошка.

**Определите X (2 балла), напишите уравнение реакции (1 балл). Укажите одну область применения нанопорошка X. (1 балл)**

**Всего – 4 балла**

**Решение варианта 4**

X – это железо Fe 2 балла

$\text{Fe}(\text{CO})_5 = \text{Fe} + 5\text{CO}$  1 балл

Нанопорошок железа находит применение в экологии, медицине, промышленности. 1 балл

**Задача по химии. Превращения порошка (10 баллов)****Вариант 1**

Черный нанопорошок неизвестного вещества X массой 23,2 г при растворении в иодоводородной кислоте образует 25,4 г простого вещества, пары которого имеют

фиолетовый цвет. При пропускании избытка водорода над раскаленным X образуется простое вещество Y, причем потеря массы твердого вещества составляет 27,6%.

1. Определите вещества X и Y. Подтвердите расчетом. (6 баллов)

2. Напишите уравнения реакций. (4 балла)

Всего – 10 баллов

### Решение варианта 1

1. X – это железо Fe 6 баллов

2.  $\text{Fe}_3\text{O}_4 + 8\text{HI} = 3\text{FeI}_2 + \text{I}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$  2 балла

$\text{Fe}_3\text{O}_4 + 4\text{H}_2 = 3\text{Fe} + 4\text{H}_2\text{O}$  2 балла

### Вариант 2



Оранжевый нанопорошок неизвестного вещества X массой 68,5 г при взаимодействии с иодоводородной кислотой образует 138,3 г желтого осадка и простое вещество, пары которого имеют фиолетовый цвет. При пропускании избытка водорода над раскаленным X массой 68,5 г получено 62,1 г простого вещества Y.

1. Определите вещества X и Y. Подтвердите расчетом. (6 баллов)

2. Напишите уравнения реакций. (4 балла)

Всего – 10 баллов

### Решение варианта 2

1. X –  $\text{Pb}_3\text{O}_4$ , Y – Pb 6 баллов

2.  $\text{Pb}_3\text{O}_4 + 8\text{HI} = 3\text{PbI}_2 + \text{I}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$  2 балла

$\text{Pb}_3\text{O}_4 + 4\text{H}_2 = 3\text{Pb} + 4\text{H}_2\text{O}$  2 балла

**Вариант 3**

Красно-коричневый нанопорошок неизвестного вещества X массой 16,0 г при растворении в иодоводородной кислоте образует 25,4 г простого вещества, пары которого имеют фиолетовый цвет. При пропускании избытка водорода над раскаленным X образуется простое вещество Y, при этом потеря массы твердого вещества составляет 30%.

**1. Определите вещества X и Y. Подтвердите расчетом. (6 баллов)**

**2. Напишите уравнения реакций. (4 балла)**

**Всего – 10 баллов**

**Решение варианта 3**

1. X – Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Y – Fe 6 баллов

2. Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + 6HI = 2FeI<sub>2</sub> + I<sub>2</sub> + 3H<sub>2</sub>O 2 балла

Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + 3H<sub>2</sub> = 2Fe + 3H<sub>2</sub>O 2 балла

**Вариант 4**

Чёрный нанопорошок неизвестного вещества X массой 23,9 г при взаимодействии с иодоводородной кислотой образует 46,1 г желтого осадка и простое вещество, пары которого имеют фиолетовый цвет. При пропускании избытка водорода над раскаленным X массой 23,9 г получено 20,7 г простого вещества Y.



1. Определите вещества X и Y. Подтвердите расчетом. (6 баллов)
2. Напишите уравнения реакций. (4 балла)

Всего – 10 баллов

### Решение варианта 4

1. X – PbO<sub>2</sub>, Y – Pb 6 баллов
  2. PbO<sub>2</sub> + 4HI = PbI<sub>2</sub> + I<sub>2</sub> + 2H<sub>2</sub>O 2 балла
- PbO<sub>2</sub> + 2H<sub>2</sub> = Pb + 2H<sub>2</sub>O 2 балла

### Задача по химии. Переработка минерала (11 баллов)

#### Вариант 1



В результате обжига минерала X, состоящего из двух химических элементов, на воздухе при 1200°C образовалось два новых бинарных соединения – Y и Z. Массовая доля элемента E в соединении X равна 28,49 %, а в соединении Y, являющемся единственным твёрдым продуктом реакции, 56,04 %. В соединении Z массовые доли элементов равны.

1. Определите состав соединений X, Y и Z. Подтвердите расчётом. (9 баллов)
2. Напишите уравнение реакции обжига X. (2 балла)

Всего – 11 баллов

### Решение варианта 1

1. Так как Y – единственный твёрдый продукт реакции, то Z – газ или жидкость. Но при температуре 1200°C Z точно является газом. Кроме того, Z содержит кислород, поскольку является продуктом окисления минерала на воздухе. Обозначим неизвестный элемент D, тогда формулу Z можно записать как D<sub>n</sub>O<sub>m</sub>.

$$\frac{nM(D)}{nM(D) + 16m} = 0,5$$

$$0,5nM(D) = 8m$$

$$M(D) = 16 \frac{m}{n}$$

При  $m = 2$  и  $n = 1$  получаем  $M(D) = 32$ . Следовательно, D – сера S, а соединение Z –  $SO_2$ .

Запишем формулу X в виде  $E_nS_m$ . Тогда

$$\frac{nM(E)}{nM(E) + 32m} = 0,2849$$

$$M(E) = 12,749 \frac{m}{n}$$

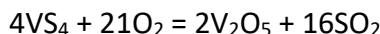
При  $m = 4$  и  $n = 1$  получаем  $M(E) = 51$ . Следовательно, E – ванадий V, а соединение X –  $VS_4$ . Теперь известно, что Y содержит V и O. Найдём стехиометрию этого оксида. Запишем формулу Y в виде  $V_nO_m$ . Тогда

$$\frac{51n}{51n + 16m} = 0,5604$$

$$n = 0,4m$$

При  $m = 5$  получаем  $n = 2$ . Следовательно, Y –  $V_2O_5$ .

2. Значит, в результате отжига произошло окисление минерала до оксида ванадия (V).



## **Вариант 2**



В результате обжига минерала X, состоящего из двух химических элементов, на воздухе при  $1000^\circ\text{C}$  образовалось два новых бинарных соединения – Y и Z. Массовая доля элемента E в соединении X равна 74,40 %, а в соединении Y, являющемся единственным твёрдым продуктом реакции, 69,92 %. В соединении Z массовые доли элементов равны.

1. Определите состав соединений X, Y и Z. Подтвердите расчётом. (9 баллов)
2. Напишите уравнение реакции обжига X. (2 балла)

**Всего – 11 баллов**

## Решение варианта 2

1. Так как Y – единственный твёрдый продукт реакции, то Z – газ или жидкость. Но при температуре 1000°C Z точно является газом. Кроме того, Z содержит кислород, поскольку является продуктом окисления минерала на воздухе. Обозначим неизвестный элемент D, тогда формулу Z можно записать как  $D_nO_m$ .

$$\begin{aligned}\frac{nM(D)}{nM(D) + 16m} &= 0,5 \\ 0,5nM(D) &= 8m \\ M(D) &= 16 \frac{m}{n}\end{aligned}$$

При  $m = 2$  и  $n = 1$  получаем  $M(D) = 32$ . Следовательно, D – сера S, а соединение Z –  $SO_2$ .

Запишем формулу X в виде  $E_nS_m$ . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{nM(E)}{nM(E) + 32m} &= 0,744 \\ M(E) &= 93 \frac{m}{n}\end{aligned}$$

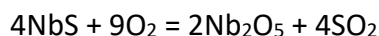
При  $m = 1$  и  $n = 1$  получаем  $M(E) = 93$ . Следовательно, E – ниобий Nb, а соединение X – NbS.

Теперь известно, что Y содержит Nb и O. Найдём стехиометрию этого оксида. Запишем формулу Y в виде  $Nb_nO_m$ . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{93n}{93n + 16m} &= 0,6992 \\ n &= 0,4m\end{aligned}$$

При  $m = 5$  получаем  $n = 2$ . Следовательно, Y –  $Nb_2O_5$ .

2. Значит, в результате отжига произошло окисление минерала до оксида ниобия (V).



## Вариант 3



Первая стадия переработки минерала А, состоящего из двух химических элементов X и Y, предполагает его обжиг на воздухе при 1100°C с образованием двух новых бинарных



соединений – D и E. Массовая доля элемента X в соединении A равна 28,49 %, а в соединении D, являющемся единственным твёрдым продуктом реакции, 56,04 %. В соединении E массовые доли элементов равны.

1. Определите состав соединений A, D и E. Подтвердите расчётом. (9 баллов)
2. Напишите уравнение реакции обжига A. (2 балла)

Всего – 11 баллов

### Решение варианта 3

1. Так как D – единственный твёрдый продукт реакции, то E – газ или жидкость. Но при температуре 1100°C E точно является газом. Кроме того, E содержит кислород, поскольку является продуктом окисления минерала на воздухе. Запишем формулу соединения E как  $Y_nO_m$ .

$$\begin{aligned}\frac{nM(Y)}{nM(Y) + 16m} &= 0,5 \\ 0,5nM(Y) &= 8m \\ M(Y) &= 16 \frac{m}{n}\end{aligned}$$

При  $m = 2$  и  $n = 1$  получаем  $M(Y) = 32$ . Следовательно, Y – сера S, а соединение E –  $SO_2$ .

Запишем формулу A в виде  $X_nS_m$ . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{nM(X)}{nM(X) + 32m} &= 0,2849 \\ M(X) &= 12,749 \frac{m}{n}\end{aligned}$$

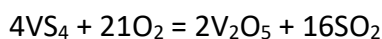
При  $m = 4$  и  $n = 1$  получаем  $M(X) = 51$ . Следовательно, X – ванадий V, а соединение A –  $VS_4$ .

Теперь известно, что D содержит V и O. Найдём стехиометрию этого оксида. Запишем формулу D в виде  $V_nO_m$ . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{51n}{51n + 16m} &= 0,5604 \\ n &= 0,4m\end{aligned}$$

При  $m = 5$  получаем  $n = 2$ . Следовательно, D –  $V_2O_5$ .

2. Значит, в результате отжига произошло окисление минерала до оксида ванадия (V).



**Вариант 4**

Первая стадия переработки минерала А, состоящего из двух химических элементов X и Y, предполагает его обжиг на воздухе при 1300°C с образованием двух новых бинарных соединений – D и E. Массовая доля элемента X в соединении А равна 74,40 %, а в соединении D, являющемся единственным твёрдым продуктом реакции, 69,92 %. В соединении E массовые доли элементов равны.

1. Определите состав соединений А, D и E. Подтвердите расчётом. (9 баллов)
2. Напишите уравнение реакции обжига А. (2 балла)

**Всего – 11 баллов**

**Решение варианта 4**

1. Так как D – единственный твёрдый продукт реакции, то E – газ или жидкость. Но при температуре 1300°C E точно является газом. Кроме того, E содержит кислород, поскольку является продуктом окисления минерала на воздухе. Запишем формулу соединения E как  $Y_nO_m$ .

$$\begin{aligned}\frac{nM(Y)}{nM(Y) + 16m} &= 0,5 \\ 0,5nM(Y) &= 8m \\ M(Y) &= 16 \frac{m}{n}\end{aligned}$$

При  $m = 2$  и  $n = 1$  получаем  $M(Y) = 32$ . Следовательно, Y – сера S, а соединение E –  $SO_2$ .

Запишем формулу А в виде  $X_nS_m$ . Тогда

$$\begin{aligned}\frac{nM(X)}{nM(X) + 32m} &= 0,744 \\ M(X) &= 93 \frac{m}{n}\end{aligned}$$

При  $m = 1$  и  $n = 1$  получаем  $M(X) = 93$ . Следовательно, X – ниобий Nb, а соединение А – NbS.

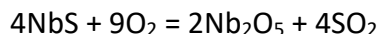
Теперь известно, что D содержит Nb и O. Найдём стехиометрию этого оксида. Запишем формулу D в виде  $Nb_nO_m$ . Тогда

$$\frac{93n}{93n + 16m} = 0,6992$$

$$n = 0,4m$$

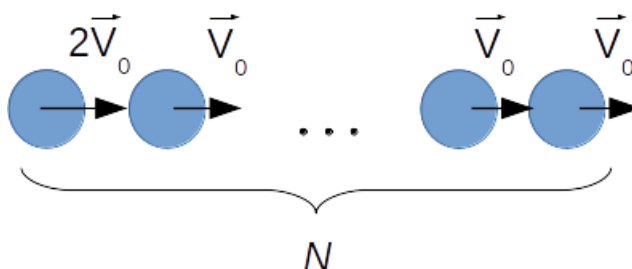
При  $m = 5$  получаем  $n = 2$ . Следовательно,  $D - \text{Nb}_2\text{O}_5$ .

2. Значит, в результате отжига произошло окисление минерала до оксида ниобия (V).



## Задача по физике. Формирование наночастиц (9 баллов)

### Вариант 1



Лазерная абляция — это процесс освещения мощным излучением поверхности вещества, приводящий к вылету мельчайших частиц. Представим, что в результате такого процесса с поверхности полупроводниковой пластины вылетают  $N = 100$  частиц одинаковой массы  $m$  одна за другой. Они имеют скорости, как указано на рисунке. Соударения абсолютно неупругие.

**Найти отношение количества теплоты, которое выделится в результате 99 соударений, и начальной кинетической энергии второй частицы. (9 баллов)**

**Всего – 9 баллов**

### Решение варианта 1

Абсолютно неупругое соударение подразумевает выполнение закона сохранения импульса. При первом соударении:

$$n = 1. \quad m(2v_0) + mv_0 = 2mu_1 \Rightarrow u_1 = \frac{3}{2}v_0$$

При втором:

$$n = 2. \quad 2mu_1 + mv_0 = 3mu_2 \Rightarrow u_2 = \frac{4}{3}v_0$$

При третьем:

$$n = 3. \quad 3mu_2 + mv_0 = 4mu_3 \Rightarrow u_3 = \frac{5}{4}v_0$$

...

При произвольном  $n$ -ом:

$$nmu_{n-1} + mv_0 = (n+1)mu_n \Rightarrow u_n = \frac{n+2}{n+1} v_0$$

Поэтому для  $n = 99$

$$99mu_{98} + mv_0 = 100mu_{99} \Rightarrow u_{99} = \frac{101}{100} v_0$$

Начальная кинетическая энергия всех частиц:

$$W_{k1} = \frac{m(2v_0)^2}{2} + 99 \frac{mv_0^2}{2},$$

а конечная:

$$W_{k2} = \frac{100mu_{99}^2}{2}.$$

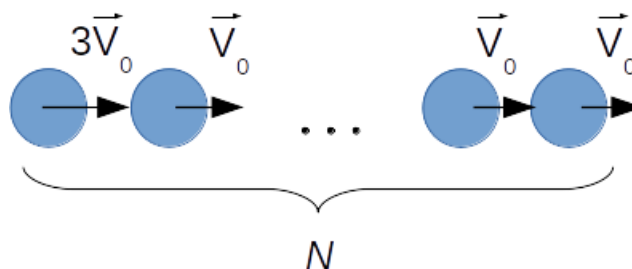
Их разность и будет определять количество теплоты:

$$Q = W_{k1} - W_{k2} = \frac{103mv_0^2}{2} - \frac{101^2mv_0^2}{2 \cdot 100} = \frac{mv_0^2}{2} \left( \frac{103 \cdot 100 - 101^2}{100} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \frac{99}{100}.$$

Выражая отношение, получим:

$$\frac{Q}{\frac{mv_0^2}{2}} = \frac{99}{100} = 0.99$$

## Вариант 2



Одним из способов получения наночастиц является лазерная абляция. В ходе этого процесса поверхность вещества облучается мощным лазером. Это приводит к вылету мельчайших частиц с поверхности. Представим, что в результате такого процесса вылетают  $N = 101$  частица одинаковой массы  $m$  одна за другой. Они имеют скорости, как указано на рисунке. Соударения абсолютно неупругие.

**Найти отношение количества теплоты, которое выделится в результате 100 соударений, и начальной кинетической энергии последней частицы. (9 баллов)**

**Всего – 9 баллов**

## Решение варианта 2

Абсолютно неупругое соударение подразумевает выполнение закона сохранения импульса.  
При первом соударении:

$$n = 1. m(3v_0) + mv_0 = 2mu_1 \Rightarrow u_1 = \frac{4}{2} v_0$$

При втором:

$$n = 2. 2mu_1 + mv_0 = 3mu_2 \Rightarrow u_2 = \frac{5}{3} v_0$$

При третьем:

$$n = 3. 3mu_2 + mv_0 = 4mu_3 \Rightarrow u_3 = \frac{6}{4} v_0$$

...

При произвольном  $n$ -ом:

$$nmu_{n-1} + mv_0 = (n+1)mu_n \Rightarrow u_n = \frac{n+3}{n+1} v_0$$

Поэтому для  $n = 100$

$$100mu_{99} + mv_0 = (101)mu_{100} \Rightarrow u_{100} = \frac{103}{101} v_0$$

Начальная кинетическая энергия всех частиц:

$$W_{k1} = \frac{m(3v_0)^2}{2} + 100 \frac{mv_0^2}{2},$$

а конечная:

$$W_{k2} = \frac{101mu_{99}^2}{2}.$$

Их разность и будет определять количество теплоты:

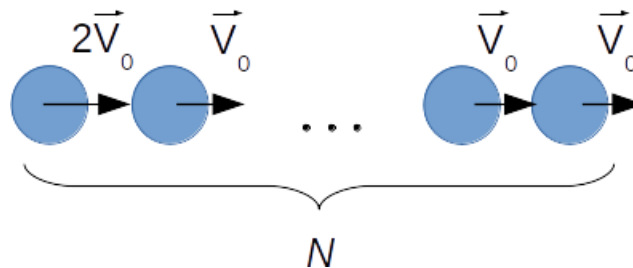
$$Q = W_{k1} - W_{k2} = \frac{109mv_0^2}{2} - \frac{103^2mv_0^2}{2 \cdot 101} = \frac{mv_0^2}{2} \left( \frac{109 \cdot 101 - 103^2}{101} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \frac{400}{101}.$$

Выражая отношение, получим:

$$\frac{Q}{\frac{mv_0^2}{2}} = \frac{400}{101} \approx 3.96$$



## Вариант 3



Лазерная абляция — это процесс освещения мощным излучением поверхности вещества, приводящий к вылету мельчайших частиц. Представим, что в результате такого процесса с поверхности полупроводниковой пластины вылетают  $N = 99$  частиц одинаковой массы  $m$  одна за другой. Они имеют скорости, как указано на рисунке. Соударения абсолютно неупругие.

**Найдите отношение количества теплоты, которое выделится в результате 98 соударений, и начальной кинетической энергии последней частицы. (9 баллов)**

**Всего – 9 баллов**

## Решение варианта 3

Абсолютно неупругое соударение подразумевает выполнение закона сохранения импульса. При первом соударении:

$$n = 1. \quad m(2v_0) + mv_0 = 2mu_1 \Rightarrow u_1 = \frac{3}{2}v_0$$

При втором:

$$n = 2. \quad 2mu_1 + mv_0 = 3mu_2 \Rightarrow u_2 = \frac{4}{3}v_0$$

При третьем:

$$n = 3. \quad 3mu_2 + mv_0 = 4mu_3 \Rightarrow u_3 = \frac{5}{4}v_0$$

...

При произвольном  $n$ -ом:

$$nmu_{n-1} + mv_0 = (n+1)mu_n \Rightarrow u_n = \frac{n+2}{n+1}v_0$$

Поэтому для  $n = 98$

$$98mu_{97} + mv_0 = 99mu_{99} \Rightarrow u_{98} = \frac{100}{99}v_0$$

Начальная кинетическая энергия всех частиц:

$$W_{k1} = \frac{m(2v_0)^2}{2} + 98 \frac{mv_0^2}{2},$$

а конечная:

$$W_{k2} = \frac{99mv_{98}^2}{2}.$$

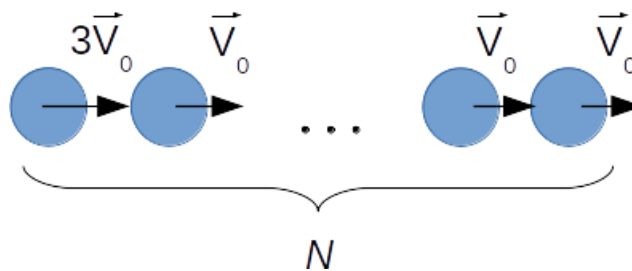
Их разность и будет определять количество теплоты:

$$Q = W_{k1} - W_{k2} = \frac{102mv_0^2}{2} - \frac{100^2mv_0^2}{2 \cdot 99} = \frac{mv_0^2}{2} \left( \frac{102 \cdot 99 - 100^2}{99} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \frac{98}{99}.$$

Выражая отношение, получим:

$$\frac{Q}{\frac{mv_0^2}{2}} = \frac{98}{99} \approx 0.989$$

## Вариант 4



Одним из способов получения наночастиц является лазерная абляция. В ходе этого процесса поверхность вещества облучается мощным лазером. Это приводит к вылету мельчайших частиц с поверхности. Представим, что в результате такого процесса вылетают  $N = 100$  частица одинаковой массы  $m$  одна за другой. Они имеют скорости, как указано на рисунке. Соударения абсолютно неупругие.

**Найти отношение количества теплоты, которое выделится в результате 99 соударений и начальной кинетической энергии второй частицы. (9 баллов)**

**Всего – 9 баллов**

## Решение варианта 4

Абсолютно неупругое соударение подразумевает выполнение закона сохранения импульса. При первом соударении:

$$n = 1. \quad m(3v_0) + mv_0 = 2mu_1 \Rightarrow u_1 = \frac{4}{2}v_0$$

При втором:



$$n = 2. 2mu_1 + mv_0 = 3mu_2 \Rightarrow u_2 = \frac{5}{3}v_0$$

При третьем:

$$n = 3. 3mu_2 + mv_0 = 4mu_3 \Rightarrow u_3 = \frac{6}{4}v_0$$

...

При произвольном  $n$ -ом:

$$nmu_{n-1} + mv_0 = (n+1)mu_n \Rightarrow u_n = \frac{n+3}{n+1}v_0$$

Поэтому для  $n = 99$

$$99mu_{98} + mv_0 = (100)mu_{99} \Rightarrow u_{99} = \frac{102}{100}v_0$$

Начальная кинетическая энергия всех частиц:

$$W_{k1} = \frac{m(3v_0)^2}{2} + 99 \frac{mv_0^2}{2},$$

а конечная:

$$W_{k2} = \frac{100mu_{99}^2}{2}.$$

Их разность и будет определять количество теплоты:

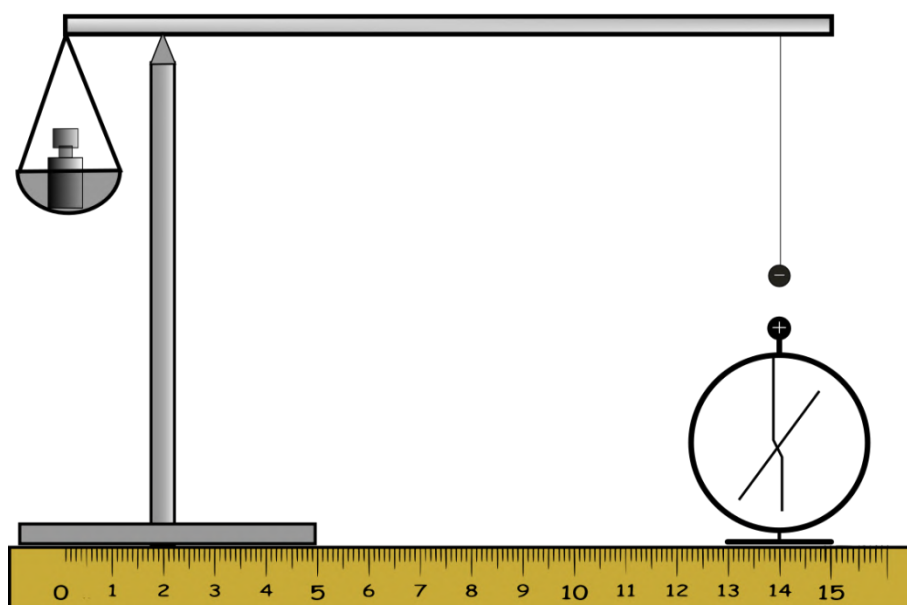
$$Q = W_{k1} - W_{k2} = \frac{108mv_0^2}{2} - \frac{102^2mv_0^2}{2 \cdot 100} = \frac{mv_0^2}{2} \left( \frac{108 \cdot 100 - 102^2}{100} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \frac{396}{100}.$$

Выражая отношение, получим:

$$\frac{Q}{\frac{mv_0^2}{2}} = \frac{396}{100} = 3.96$$

## Задача по физике. Рычажный динамометр (8 баллов)

### Вариант 1

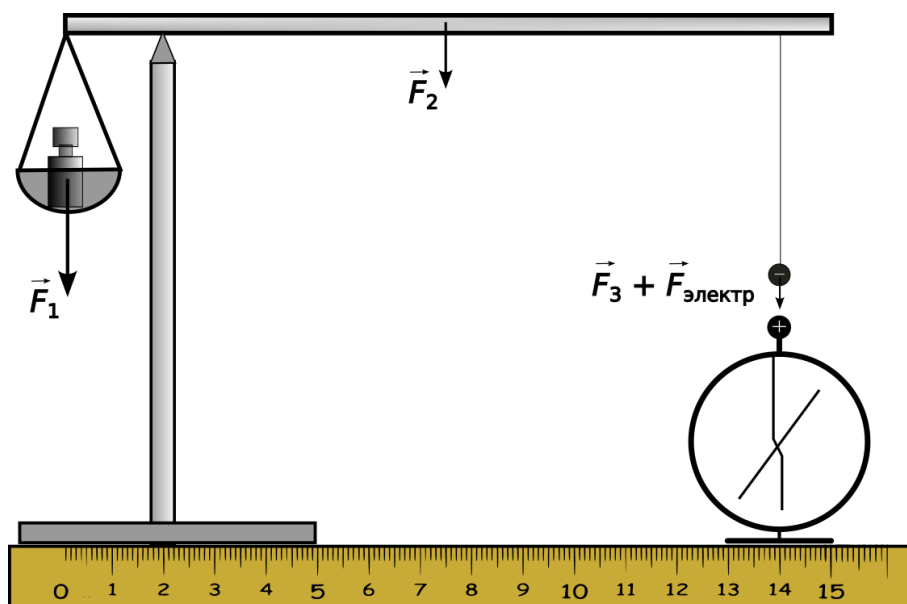


На рычажных весах уравновешены груз в чаше и маленький заряженный металлический шарик, который висит на невесомой непроводящей нити. Масса шарика  $m = 1$  г. Рычаг представляет из себя цилиндрический стержень поперечного сечения  $S = 0,5$  см<sup>2</sup> из материала с плотностью  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>. Суммарная масса груза и чаши, в которой он находится  $M = 30$  г.

Найти силу электрического взаимодействия разноименно заряженных шариков. Недостающие данные определите из рисунка. (8 баллов)

Всего – 8 баллов

### Решение варианта 1



Из условия равновесия следует равенство нулю моментов сил:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + (F_3 + F_{\text{электр}}) l_3,$$

где  $F_1$  — сила тяжести, действующая на чашу и гири,  $F_2$  — сила тяжести, действующая на стержень,  $F_3$  — сила тяжести, действующая на шарик.  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  — плечи сил, а  $L$  — вся длина стержня.

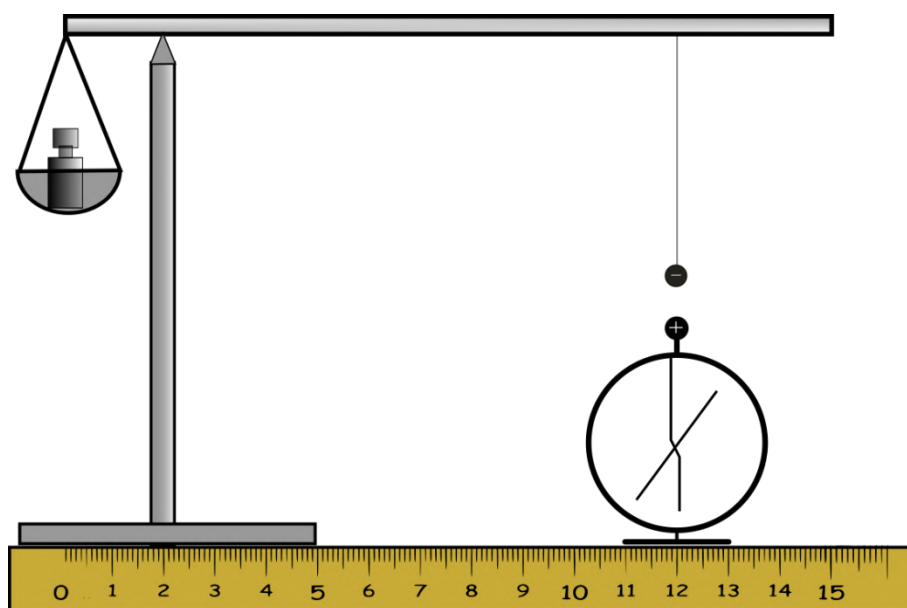
Откуда:

$$F_{\text{электр}} = \frac{M_1 g l_1 - \rho S L g l_2}{l_3} - F_3$$

$l_1 = 2 \text{ см}$ ,  $l_2 = 5,5 \text{ см}$ ,  $L = 15 \text{ см}$ ,  $l_3 = 12 \text{ см}$

$$F_{\text{электр}} = \frac{0.03 \cdot 2 - 0.0008 \cdot 0.5 \cdot 15 \cdot 5.5}{12} \cdot 9.8 - 0.001 \cdot 9.8 = 0.01225 \text{ Н}$$

## Вариант 2



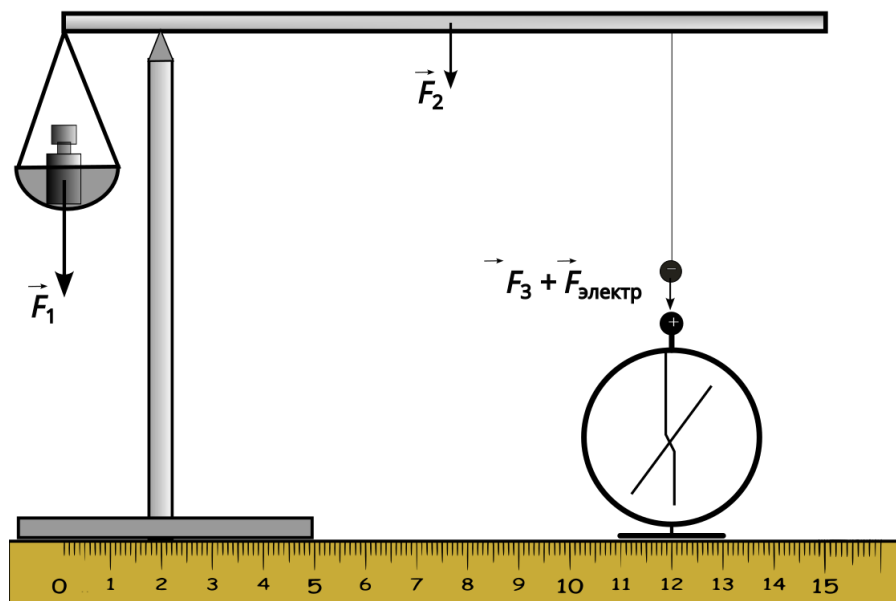
На рычажных весах уравновешены груз в чаше и маленький заряженный металлический шарик, который висит на невесомой непроводящей нити. Масса шарика  $m = 1 \text{ г}$ . Рычаг представляет из себя цилиндрический стержень поперечного сечения  $S = 0,5 \text{ см}^2$  из материала с плотностью  $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$ . Суммарная масса груза и чаши, в которой он находится  $M = 25 \text{ г}$ .

**Найти силу электрического взаимодействия разноименно заряженных шариков. Недостающие данные найдите на рисунке. (8 баллов)**

**Всего – 8 баллов**



## Решение варианта 2



Из условия равновесия следует равенство нулю моментов сил:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + (F_3 + F_{\text{электр}}) l_3,$$

где  $F_1$  — сила тяжести, действующая на чашу и гирю,  $F_2$  — сила тяжести, действующая на стержень,  $F_3$  — сила тяжести, действующая на шарик.  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  — плечи сил, а  $L$  — вся длина стержня.

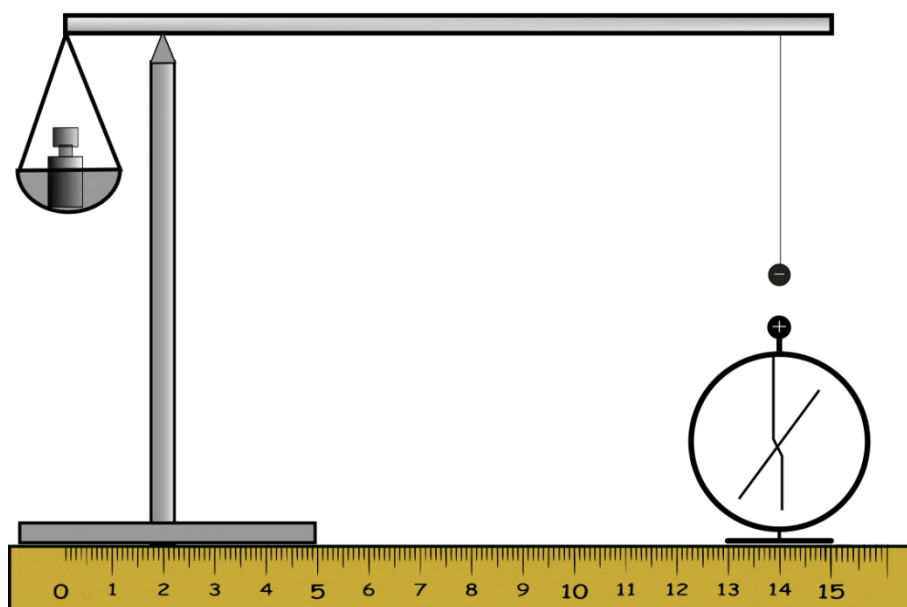
Откуда:

$$F_{\text{электр}} = \frac{M_1 g l_1 - \rho S L g l_2}{l_3} - F_3$$

$l_1 = 2 \text{ см}$ ,  $l_2 = 5,5 \text{ см}$ ,  $L = 15 \text{ см}$ ,  $l_3 = 10 \text{ см}$

$$F_{\text{электр}} = \frac{0,025 \cdot 2 - 0,0008 \cdot 0,5 \cdot 15 \cdot 5,5}{10} \cdot 9,8 - 0,001 \cdot 9,8 = 0,00686 \text{ Н}$$

## Вариант 3

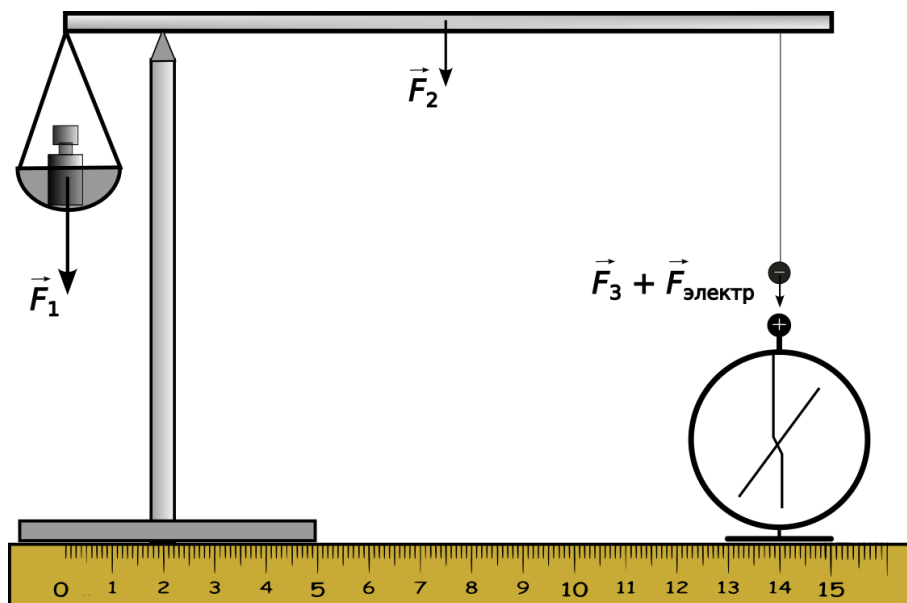


На рычажных весах уравновешены груз в чаше и маленький заряженный металлический шарик, который висит на невесомой непроводящей нити. Масса шарика  $m = 1$  г. Рычаг представляет из себя цилиндрический стержень поперечного сечения  $S = 0,5$  см<sup>2</sup> из материала с плотностью  $\rho = 0,9$  г/см<sup>3</sup>. Суммарная масса груза и чаши, в которой он находится  $M = 30$  г.

Найти силу электрического взаимодействия разноименно заряженных шариков. Недостающие данные определите из рисунка. (8 баллов)

Всего – 8 баллов

## Решение варианта 3



Из условия равновесия следует равенство нулю моментов сил:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + (F_3 + F_{\text{электр}}) l_3,$$

где  $F_1$  — сила тяжести, действующая на чашу и гирю,  $F_2$  — сила тяжести, действующая на стержень,  $F_3$  — сила тяжести, действующая на шарик.  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  — плечи сил, а  $L$  — вся длина стержня.

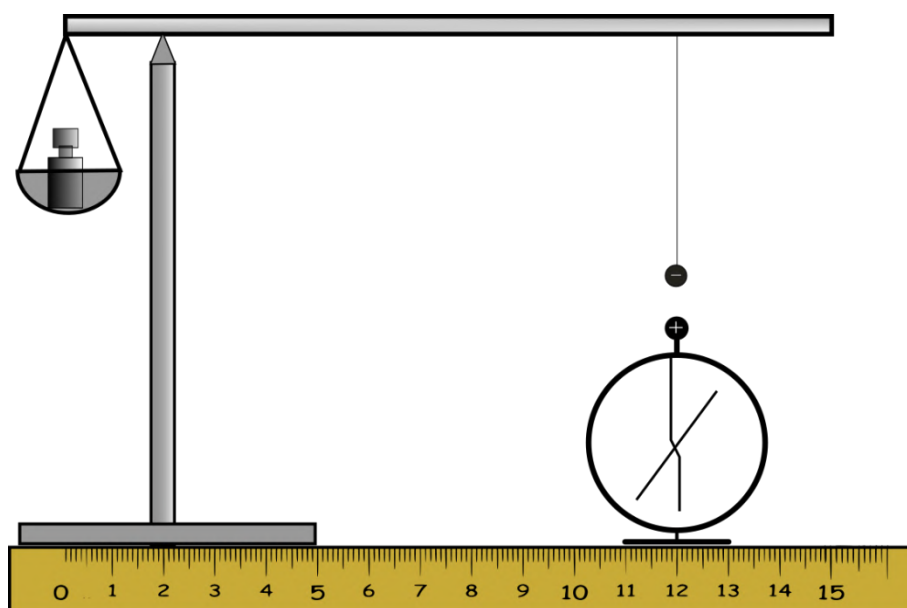
Откуда:

$$F_{\text{электр}} = \frac{M_1 g l_1 - \rho S L g l_2}{l_3} - F_3$$

$l_1 = 2 \text{ см}$ ,  $l_2 = 5,5 \text{ см}$ ,  $L = 15 \text{ см}$ ,  $l_3 = 12 \text{ см}$

$$F_{\text{электр}} = \frac{0,03 \cdot 2 - 0,0009 \cdot 0,5 \cdot 15 \cdot 5,5}{12} \cdot 9,8 - 0,001 \cdot 9,8 = 0,00888 \text{ Н}$$

## Вариант 4

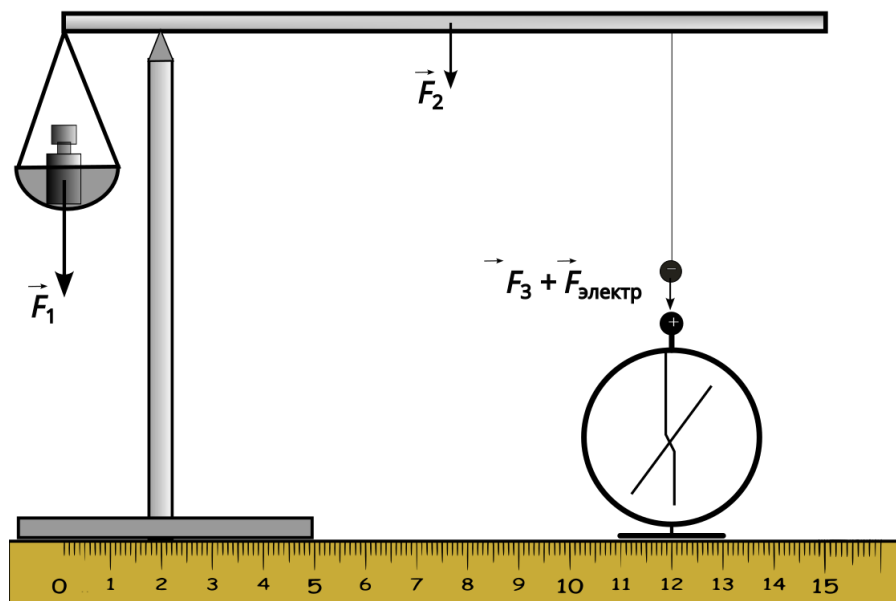


На рычажных весах уравновешены груз в чаше и маленький заряженный металлический шарик, который висит на невесомой непроводящей нити. Масса шарика  $m = 1 \text{ г}$ . Рычаг представляет из себя цилиндрический стержень поперечного сечения  $S = 0,5 \text{ см}^2$  из материала с плотностью  $\rho = 0,9 \text{ г/см}^3$ . Суммарная масса груза и чаши, в которой он находится  $M = 95 \text{ г}$ .

**Найти силу электрического взаимодействия разноименно заряженных шариков. Недостающие данные найдите на рисунке. (8 баллов)**

**Всего – 8 баллов**

## Решение варианта 4



Из условия равновесия следует равенство нулю моментов сил:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + (F_3 + F_{\text{электр}}) l_3,$$

где  $F_1$  — сила тяжести, действующая на чашу и гири,  $F_2$  — сила тяжести, действующая на стержень,  $F_3$  — сила тяжести, действующая на шарик.  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  — плечи сил, а  $L$  — вся длина стержня.

Откуда:

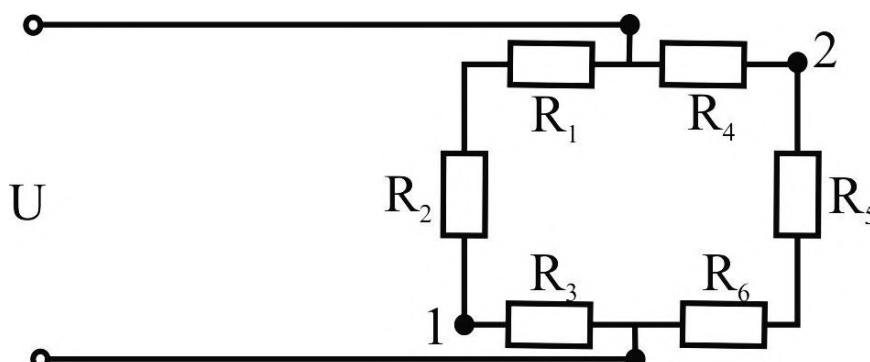
$$F_{\text{электр}} = \frac{M_1 g l_1 - \rho S L g l_2}{l_3} - F_3$$

$l_1 = 2 \text{ см}$ ,  $l_2 = 5,5 \text{ см}$ ,  $L = 15 \text{ см}$ ,  $l_3 = 10 \text{ см}$

$$F_{\text{электр}} = \frac{0.095 \cdot 2 - 0.0009 \cdot 0.5 \cdot 15 \cdot 5.5}{10} \cdot 9.8 - 0.001 \cdot 9.8 = 0.1400 \text{ Н}$$

## Задача по физике. Выравнивание потенциала (8 баллов)

### Вариант 1

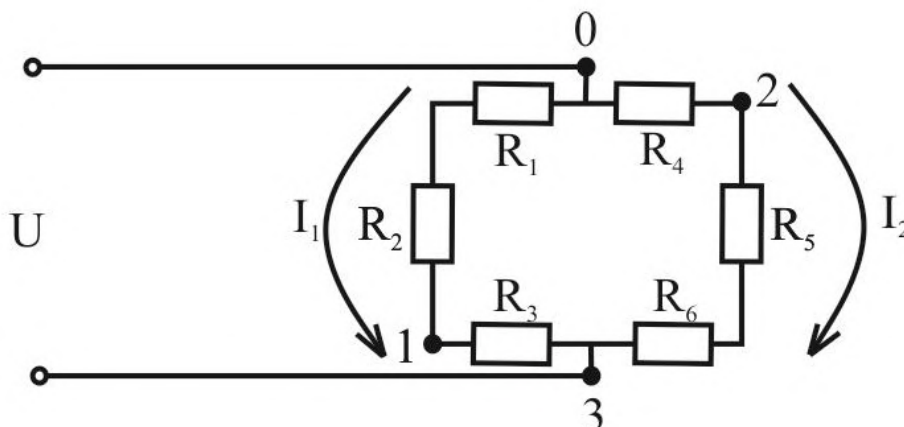


К схеме, изображенной на рисунке, приложено постоянное напряжение  $U$ . Резисторы  $R_1, R_2, R_4, R_5$  и  $R_6$  обладают сопротивлением 1, 2, 4, 5 и 6 Ом, соответственно.

**Определить величину сопротивления резистора  $R_3$ , если разность потенциалов между точками 1 и 2 равна нулю. (8 баллов)**

**Всего – 8 баллов**

## Решение варианта 1



Обозначим ток, протекающий через резисторы  $R_1, R_2$  и  $R_3$ , как  $I_1$ , а ток через резисторы  $R_4, R_5$  и  $R_6$ , как  $I_2$ . Разность потенциалов между точками 1 – 2 ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) можно выразить через разности потенциалов между точками 1 – 0 ( $\varphi_1 - \varphi_0$ ) и 2 – 0 ( $\varphi_2 - \varphi_0$ ):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = 0$$

Разность потенциалов (падение напряжения) найдем из закона Ома для участка цепи:

$$\varphi_1 - \varphi_0 = U_{10} = I_1(R_1 + R_2)$$

$$\varphi_2 - \varphi_0 = U_{20} = I_2 R_4$$

Отсюда:

$$(\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0$$

Аналогично можно записать для разностей потенциалов между точками 3 – 1 и 3 – 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = 0$$

$$(\varphi_3 - \varphi_2) = U_{32} = I_2(R_5 + R_6)$$

$$(\varphi_3 - \varphi_1) = U_{31} = I_1 R_3$$

Отсюда:

$$(\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0$$

Исключая из получившейся системы токи:



$$\begin{cases} I_1(R_1+R_2)-I_2R_4=0 \\ I_2(R_5+R_6)-I_1R_3=0 \end{cases}$$

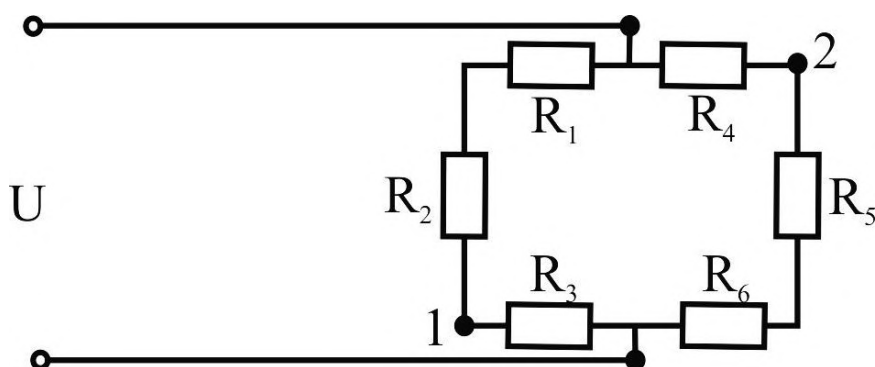
Имеем:

$$R_3R_4=(R_1+R_2)(R_5+R_6)$$

Откуда искомое сопротивление (не зависит от напряжения  $U$ ):

$$R_3=\frac{(R_1+R_2)(R_5+R_6)}{R_4}=8.25 \text{ Ом}$$

## Вариант 2

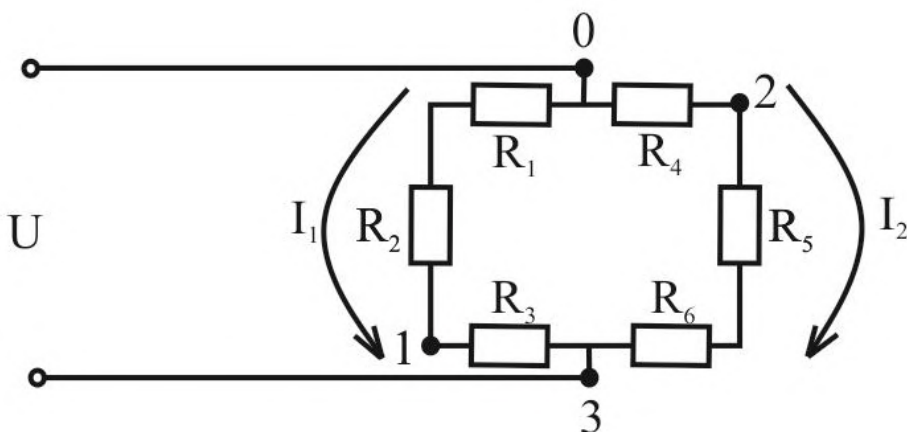


В схеме, изображенной на рисунке, сопротивление резисторов следующее:  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1.5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 4 \text{ Ом}$  и  $R_6 = 5 \text{ Ом}$ .

**Определить величину сопротивления резистора  $R_4$ , если разность потенциалов между точками 1 и 2 равна нулю и приложено постоянное напряжение  $U$ . (8 баллов)**

**Всего – 8 баллов**

## Решение варианта 2



Обозначим ток, протекающий через резисторы  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , как  $I_1$ , а ток через резисторы  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$ , как  $I_2$ . Разность потенциалов между точками 1 – 2 ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) можно выразить через разности потенциалов между точками 1 – 0 ( $\varphi_1 - \varphi_0$ ) и 2 – 0 ( $\varphi_2 - \varphi_0$ ):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = 0$$

Разность потенциалов (падение напряжения) найдем из закона Ома для участка цепи:

$$\varphi_1 - \varphi_0 = U_{10} = I_1(R_1 + R_2)$$

$$\varphi_2 - \varphi_0 = U_{20} = I_2 R_4$$

Отсюда:

$$(\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0$$

Аналогично можно записать для разностей потенциалов между точками 3 – 1 и 3 – 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = 0$$

$$(\varphi_3 - \varphi_2) = U_{32} = I_2(R_5 + R_6)$$

$$(\varphi_3 - \varphi_1) = U_{31} = I_1 R_3$$

Отсюда:

$$(\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0$$

Исключая из получившейся системы токи:

$$\begin{cases} I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0 \\ I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0 \end{cases}$$

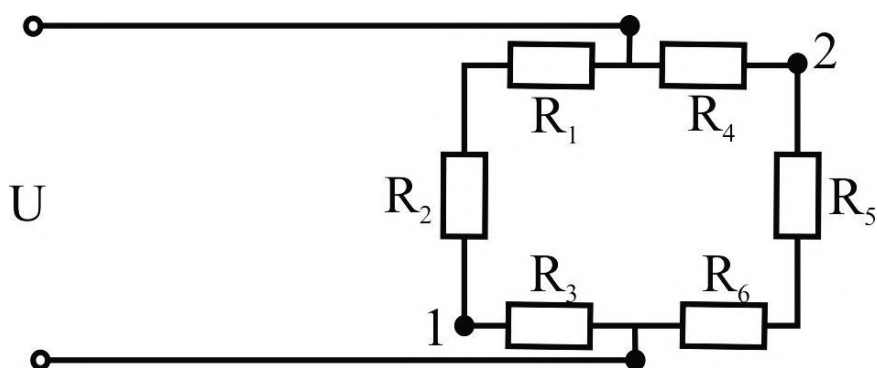
Имеем:

$$R_3 R_4 = (R_1 + R_2)(R_5 + R_6)$$

Откуда искомое сопротивление (не зависит от напряжения  $U$ ):

$$R_4 = \frac{(R_1 + R_2)(R_5 + R_6)}{R_3} = 20.25 \text{ Ом}$$

### Вариант 3

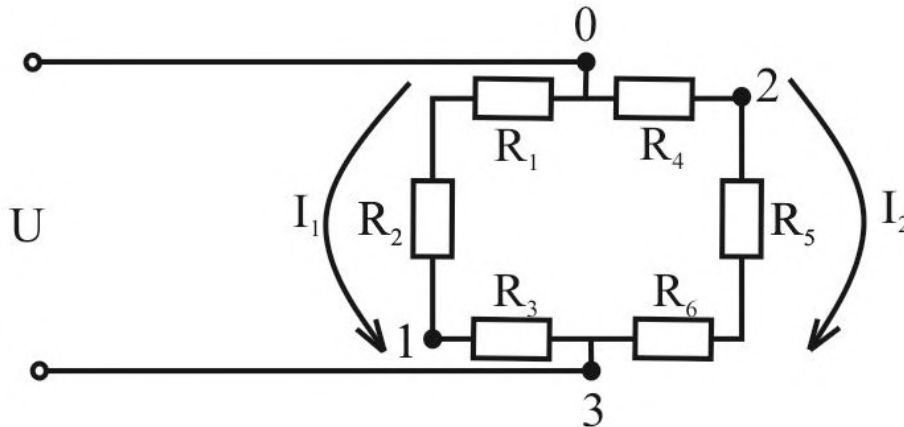


В схеме, изображенной на рисунке, резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$  обладают сопротивлением 5, 1, 2, 3 и 7 Ом, соответственно.

Определить величину сопротивления резистора  $R_3$ , если приложено постоянное напряжение  $U$ , а разность потенциалов между точками 1 и 2 равна нулю. (8 баллов)

Всего – 8 баллов

### Решение варианта 3



Обозначим ток, протекающий через резисторы  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , как  $I_1$ , а ток через резисторы  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$ , как  $I_2$ . Разность потенциалов между точками 1 – 2 ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) можно выразить через разности потенциалов между точками 1 – 0 ( $\varphi_1 - \varphi_0$ ) и 2 – 0 ( $\varphi_2 - \varphi_0$ ):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = 0$$

Разность потенциалов (падение напряжения) найдем из закона Ома для участка цепи:

$$\varphi_1 - \varphi_0 = U_{10} = I_1(R_1 + R_2)$$

$$\varphi_2 - \varphi_0 = U_{20} = I_2 R_4$$

Отсюда:

$$(\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0$$

Аналогично можно записать для разностей потенциалов между точками 3 – 1 и 3 – 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = 0$$

$$(\varphi_3 - \varphi_2) = U_{32} = I_2(R_5 + R_6)$$

$$(\varphi_3 - \varphi_1) = U_{31} = I_1 R_3$$

Отсюда:

$$(\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0$$

Исключая из получившейся системы токи:

$$\begin{cases} I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0 \\ I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0 \end{cases}$$

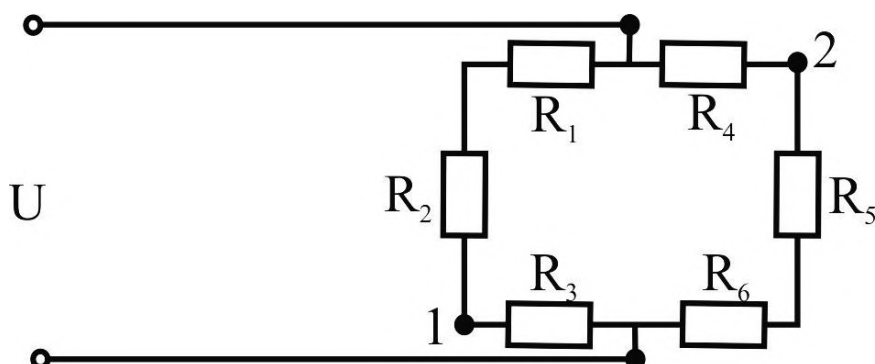
Имеем:

$$R_3 R_4 = (R_1 + R_2)(R_5 + R_6)$$

Откуда искомое сопротивление (не зависит от напряжения  $U$ ):

$$R_3 = \frac{(R_1 + R_2)(R_5 + R_6)}{R_4} = 30 \text{ Ом}$$

## Вариант 4

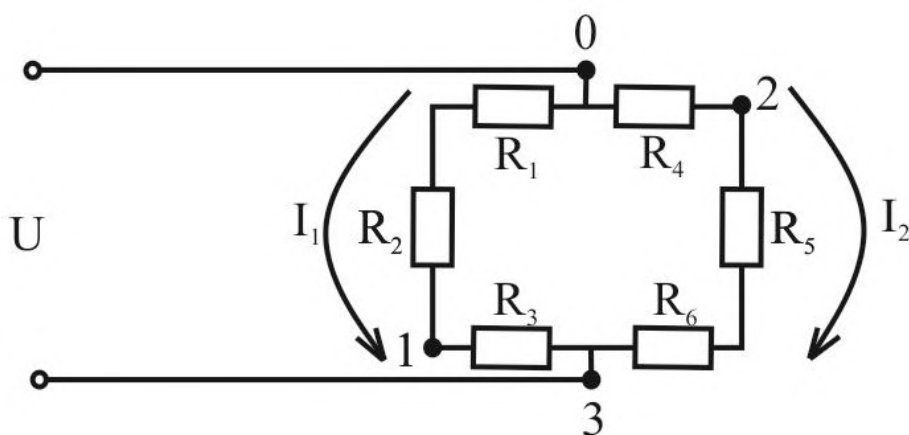


К схеме, изображенной на рисунке, приложено постоянное напряжение  $U$ , а сопротивление резисторов равно:  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$  и  $R_6 = 5 \text{ Ом}$ .

**Определить величину сопротивления резистора  $R_2$ , если разность потенциалов между точками 1 и 2 равна нулю. (8 баллов)**

**Всего – 8 баллов**

## Решение варианта 4



Обозначим ток, протекающий через резисторы  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , как  $I_1$ , а ток через резисторы  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$ , как  $I_2$ . Разность потенциалов между точками 1 – 2 ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) можно выразить через разности потенциалов между точками 1 – 0 ( $\varphi_1 - \varphi_0$ ) и 2 – 0 ( $\varphi_2 - \varphi_0$ ):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = 0$$

Разность потенциалов (падение напряжения) найдем из закона Ома для участка цепи:

$$\varphi_1 - \varphi_0 = U_{10} = I_1(R_1 + R_2)$$

$$\varphi_2 - \varphi_0 = U_{20} = I_2 R_4$$

Отсюда:

$$(\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) = I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0$$

Аналогично можно записать для разностей потенциалов между точками 3 – 1 и 3 – 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = 0$$

$$(\varphi_3 - \varphi_2) = U_{32} = I_2(R_5 + R_6)$$

$$(\varphi_3 - \varphi_1) = U_{31} = I_1 R_3$$

Отсюда:

$$(\varphi_3 - \varphi_2) - (\varphi_3 - \varphi_1) = I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0$$

Исключая из получившейся системы токи:

$$\begin{cases} I_1(R_1 + R_2) - I_2 R_4 = 0 \\ I_2(R_5 + R_6) - I_1 R_3 = 0 \end{cases}$$

Имеем:

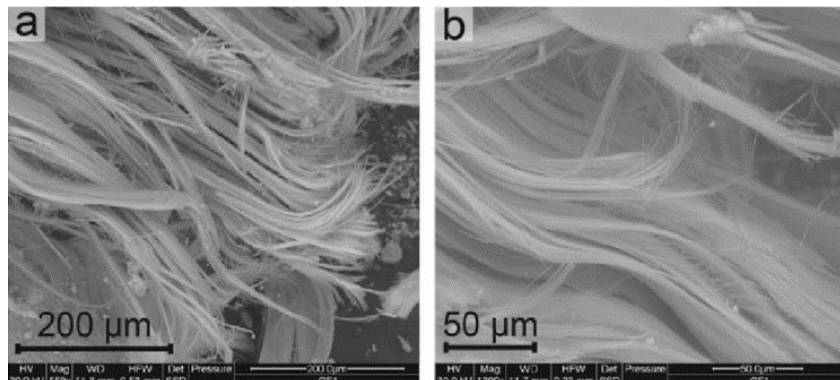
$$R_3 R_4 = (R_1 + R_2)(R_5 + R_6)$$

Откуда искомое сопротивление (не зависит от напряжения  $U$ ):

$$R_2 = \frac{R_3 R_4}{(R_5 + R_6)} - R_1 = 0.5 \text{ Ом}$$

## Задача по математике. Волокнистый цеолит (6 баллов)

### Вариант 1





1. Оцените величину удельной площади поверхности (то есть, площадь в  $\text{м}^2$ , приходящуюся на 1 грамм материала) волокнистого цеолита – эрионита, – если известно, что диаметр его волокон равен  $d = 10 \text{ нм}$ , а их плотность составляет  $\rho = 2,1 \text{ г/см}^3$ . Площадью торцов волокон при расчетах пренебречь. (4 балла)
2. Сколько волокон длиной  $l = 700 \text{ мкм}$  содержится в одном грамме цеолита? (2 балла)

Всего – 6 баллов

### Решение варианта 1

1. Запишем величину удельной площади поверхности как соотношение общей площади поверхности цилиндрических волокон к их массе, выраженной через объем и плотность (общую длину всех цилиндров обозначим как  $L$ , площадью торцов пренебрегаем):

$$S_{\text{уд}} = \frac{S}{m} = \frac{S}{V\rho} = \frac{2\pi(d/2)L}{\pi(d/2)^2 L \rho} = \frac{4}{d\rho}$$

$$S_{\text{уд}} = 4/(10 \text{ нм} \cdot 2,1 \text{ г/см}^3) = 4/(10 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 2,1 \cdot 10^6 \text{ г/м}^3) = 190,5 \text{ м}^2/\text{г}$$

2. Общая длина всех цилиндров,  $L$ , складывается из  $N$  цилиндров длины  $l$ :

$$S = \pi d L = \pi d l N$$

$$N = S/(\pi d l)$$

$$N = 190,5 \text{ м}^2/(3,14 \cdot 10 \text{ нм} \cdot 700 \text{ мкм}) = 190,5 \text{ м}^2/(3,14 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 700 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 8,7 \cdot 10^{12}$$

Также  $N$  можно рассчитать через соотношение массы и/или объема образца к массе и/или объему единичного волокна.

### **Критерии оценки:**

**+1 балл** за правильно рассчитанную величину удельной площади поверхности

**+1 балл** за правильно рассчитанное количество волокон в 1 грамме цеолита

**+4 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

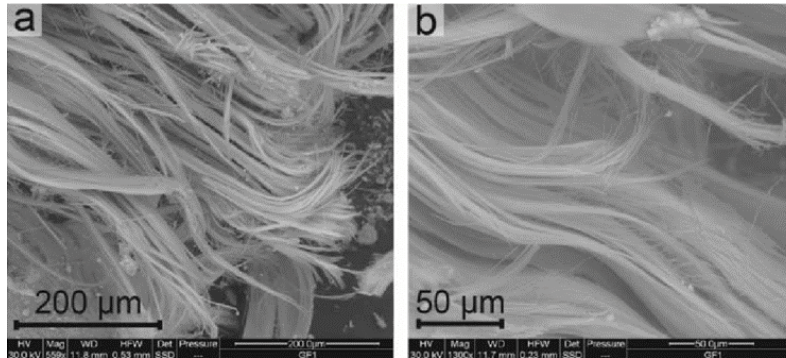
### **Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

от 1 до 1,5 баллов за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

## Вариант 2



1. Оцените величину удельной площади поверхности (то есть, площадь в  $\text{м}^2$ , приходящуюся на 1 грамм материала) волокнистого цеолита – эрионита, – если известно, что диаметр его волокон равен  $d = 12 \text{ нм}$ , а их плотность составляет  $\rho = 2,3 \text{ г/см}^3$ . Площадью торцов волокон при расчетах пренебречь. (4 балла)
2. Сколько волокон длиной  $l = 500 \text{ мкм}$  содержится в одном грамме цеолита? (2 балла)

Всего – 6 баллов

## Решение варианта 2

1. Запишем величину удельной площади поверхности как соотношение общей площади поверхности цилиндрических волокон к их массе, выраженной через объем и плотность (общую длину всех цилиндров обозначим как  $L$ , площадью торцов пренебрегаем):

$$S_{\text{уд}} = \frac{S}{m} = \frac{S}{V\rho} = \frac{2\pi(d/2)L}{\pi(d/2)^2L\rho} = \frac{4}{d\rho}$$

$$S_{\text{уд}} = 4/(12 \text{ нм} \cdot 2,3 \text{ г/см}^3) = 4/(12 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 2,3 \cdot 10^6 \text{ г/м}^3) = 144,9 \text{ м}^2/\text{г}$$

2. Общая длина всех цилиндров,  $L$ , складывается из  $N$  цилиндров длины  $l$ :

$$S = \pi dL = \pi d l N$$

$$N = S/(\pi d l)$$

$$N = 144,9 \text{ м}^2 / (3,14 \cdot 12 \text{ нм} \cdot 500 \text{ мкм}) = 144,9 \text{ м}^2 / (3,14 \cdot 12 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 500 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 7,7 \cdot 10^{12}$$

Также  $N$  можно рассчитать через соотношение массы и/или объема образца к массе и/или объему единичного волокна.

**Критерии оценки:**

**+1 балл** за правильно рассчитанную величину удельной площади поверхности

**+1 балл** за правильно рассчитанное количество волокон в 1 грамме цеолита

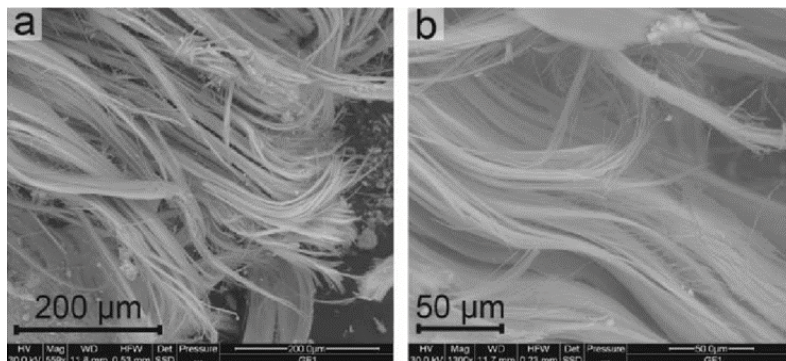
**+4 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

**Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

**Вариант 3**

1. Оцените величину удельной площади поверхности (то есть, площадь в  $\text{м}^2$ , приходящуюся на 1 грамм материала) волокнистого цеолита – эрионита, – если известно, что диаметр его волокон равен  $d = 14 \text{ нм}$ , а их плотность составляет  $\rho = 2,4 \text{ г/см}^3$ . Площадью торцов волокон при расчетах пренебечь. (4 балла)
2. Сколько волокон длиной  $l = 400 \text{ мкм}$  содержится в одном грамме цеолита? (2 балла)

**Всего – 6 баллов**

**Решение варианта 3**

1. Запишем величину удельной площади поверхности как соотношение общей площади поверхности цилиндрических волокон к их массе, выраженной через объем и плотность (общую длину всех цилиндров обозначим как  $L$ , площадью торцов пренебрегаем):

$$S_{уд} = \frac{S}{m} = \frac{S}{V\rho} = \frac{2\pi(d/2)L}{\pi(d/2)^2L\rho} = \frac{4}{d\rho}$$

$$S_{уд} = 4/(14 \text{ нм} \cdot 2,4 \text{ г/см}^3) = 4/(14 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 2,4 \cdot 10^6 \text{ г/м}^3) = 119,0 \text{ м}^2/\text{г}$$

2. Общая длина всех цилиндров, L, складывается из N цилиндров длины l:

$$S = \pi dL = \pi d l N$$

$$N = S/(\pi d l)$$

$$N = 119,0 \text{ м}^2 / (3,14 \cdot 14 \text{ нм} \cdot 400 \text{ мкм}) = 119,0 \text{ м}^2 / (3,14 \cdot 14 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 400 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 6,8 \cdot 10^{12}$$

Также N можно рассчитать через соотношение массы и/или объема образца к массе и/или объему единичного волокна.

### **Критерии оценки:**

**+1 балл** за правильно рассчитанную величину удельной площади поверхности

**+1 балл** за правильно рассчитанное количество волокон в 1 грамме цеолита

**+4 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

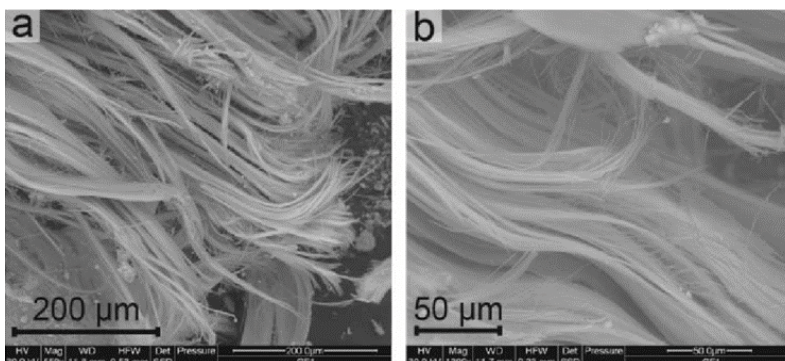
### **Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

### **Вариант 4**



1. Оцените величину удельной площади поверхности (то есть, площадь в м<sup>2</sup>, приходящуюся на 1 грамм материала) волокнистого цеолита – эрионита, – если

известно, что диаметр его волокон равен  $d = 16$  нм, а их плотность составляет  $\rho = 2,3$  г/см<sup>3</sup>. Площадь торцов волокон при расчетах пренебrecь. (4 балла)

2. Сколько волокон длиной  $l = 300$  мкм содержится в одном грамме цеолита? (2 балла)

Всего – 6 баллов

### Решение варианта 4

1. Запишем величину удельной площади поверхности как соотношение общей площади поверхности цилиндрических волокон к их массе, выраженной через объем и плотность (общую длину всех цилиндров обозначим как  $L$ , площадью торцов пренебрегаем):

$$S_{уд} = \frac{S}{m} = \frac{S}{V\rho} = \frac{2\pi(d/2)L}{\pi(d/2)^2 L \rho} = \frac{4}{d\rho}$$

$$S_{уд} = 4/(16 \text{ нм} \cdot 2,3 \text{ г/см}^3) = 4/(16 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 2,3 \cdot 10^6 \text{ г/м}^3) = 108,7 \text{ м}^2/\text{г}$$

2. Общая длина всех цилиндров,  $L$ , складывается из  $N$  цилиндров длины  $l$ :

$$S = \pi d L = \pi d l N$$

$$N = S/(\pi d l)$$

$$N = 108,7 \text{ м}^2/(3,14 \cdot 16 \text{ нм} \cdot 300 \text{ мкм}) = 108,7 \text{ м}^2/(3,14 \cdot 16 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 300 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 7,2 \cdot 10^{12}$$

Также  $N$  можно рассчитать через соотношение массы и/или объема образца к массе и/или объему единичного волокна.

### **Критерии оценки:**

**+1 балл** за правильно рассчитанную величину удельной площади поверхности

**+1 балл** за правильно рассчитанное количество волокон в 1 грамме цеолита

**+4 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета

### **Баллы снимались:**

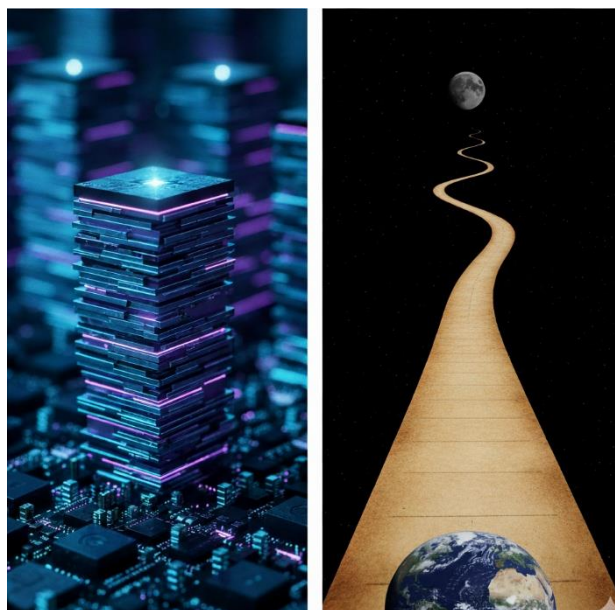
**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно)

## Задача по математике. Километры данных (7 баллов)

### Вариант 1



Чтобы наглядно увидеть насколько эффективно нанотехнологии способны «компактизировать» информацию, сравним современный способ хранения информации в картах памяти формата microSD по технологии 3D TLC NAND с записью данных на бумажной ленте при помощи простого карандаша.

**1. Оцените общую площадь (в  $\text{см}^2$ ), занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 1 ТБ информации, если:**

- элемент ячейки флэш-памяти по технологии TLC представляет собой практически плоский квадрат со стороной 15 нм,
- объем хранимой в одной такой ячейке информации равен 3 бита,
- кристалл памяти по современной 3D архитектуре представляет собой стопку из 128 слоев с информацией. **(4 балла)**

**2. Рассчитайте, во сколько раз длина ленты, которая потребуется для записи 1 ТБ информации карандашом, больше или меньше расстояния от Земли до Луны, если**

- ширина одного знака (точки или вертикальной черточкой), используемого для записи бита, не превышает 0,4 мм,
- на длину ленты 1 см приходится 20 знаков,
- расстояние от Земли до Луны составляет  $\approx 384400$  км. **(3 балла)**

**Всего – 7 баллов**

## Решение варианта 1

1. Чтобы оценить площадь, занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 1 ТБ информации, переведем количество информации в биты:

$$I = 1 \text{ ТБ} = 1024^4 \text{ байт} \cdot 8 \text{ бит/байт} \approx 8,796 \cdot 10^{12} \text{ бит.}$$

Поскольку запись ведется послойно, рассчитаем, сколько бит приходится на один слой в структуре флэш-памяти:

$$I_{\text{слой}} = I/128 = 8,796 \cdot 10^{12}/128 \approx 6,87 \cdot 10^{10} \text{ бит.}$$

Чтобы рассчитать размер элемента памяти, отвечающий одному биту, найдем площадь одного элемента флэш-памяти:

$$S_{\text{эл}} = L^2 = 15^2 = 225 \text{ нм}^2.$$

Поскольку один такой элемент хранит 3 бита памяти, то на один бит приходится площадь

$$S_{\text{бит}} = S_{\text{эл}}/3 = 225/3 = 75 \text{ нм}^2.$$

На такой объем информации приходится площадь, равная

$$S_{\text{кристалл}} = I_{\text{слой}} \cdot S_{\text{бит}} = 6,87 \cdot 10^{10} \cdot 75 \approx 5,15 \cdot 10^{12} \text{ нм}^2 = 0,0515 \text{ см}^2.$$

2. На один сантиметр ленты указанным способом можно записать 20 бит информации, тогда для записи 1 ТБ информации понадобится лента длиной

$$L_{\text{лента}} = \frac{I}{20 \text{ бит/см}} = \frac{8,796 \cdot 10^{12} \text{ бит}}{20 \text{ бит/см}} \approx 4,4 \cdot 10^{11} \text{ см} \approx 4,4 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

Что превышает расстояние от Земли до Луны в

$$\frac{L_{\text{лента}}}{L_{\text{З-Л}}} = \frac{4,4 \cdot 10^6 \text{ км}}{384400 \text{ км}} \approx 11,4 \text{ раза.}$$

### **Критерии оценки по пунктам:**

1. **+0,5 балла** за правильный результат пересчета из ТБ в биты, **+0,5 балла** за правильный результат деления на число бит в ячейке (чаще всего участники делили общее число бит); **+0,5 балла** за правильный результат деления на число слоев записи – 128, **+0,5 балла** за правильный расчет площади ячейки, **+0,5 балла** за правильное значение искомой площади, и **1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
2. **0,5 балла** за правильно рассчитанную длину ленты, **0,5 балла** за правильное значение отношения длины ленты к расстоянию от Земли до Луны, и **2 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета



## Баллы снимались:

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Решения, в которых использовались десятичные коэффициенты перехода от ТБ к байтам, оценивались по тем же критериям, что и решения с применением двоичных коэффициентов.

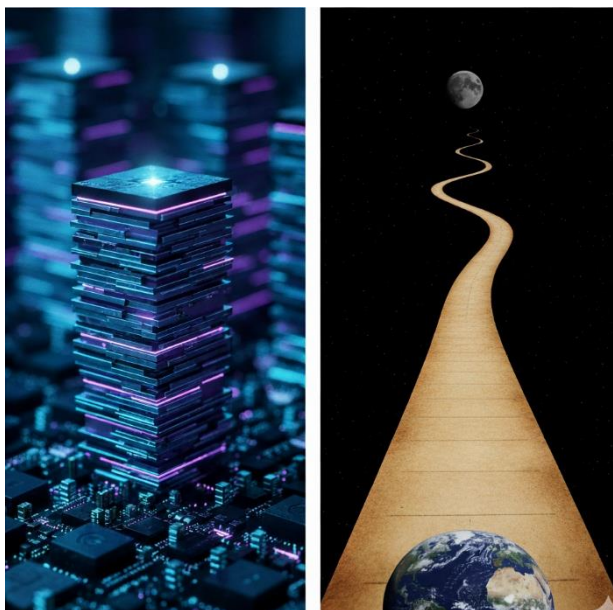
Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1024^4 \text{ Б}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	$I$ , бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
1	1	3	15	$8,796 \cdot 10^{12}$	$6,87 \cdot 10^{10}$	225	75	$5,15 \cdot 10^{12}$	$4,4 \cdot 10^{11}$	11,4

Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1000^4 \text{ Б (СИ)}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	$I$ , бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
1	1	3	15	$8 \cdot 10^{12}$	$6,25 \cdot 10^{10}$	225	75	$4,7 \cdot 10^{12}$	$4 \cdot 10^{11}$	10,4

## Вариант 2



Чтобы наглядно увидеть насколько эффективно нанотехнологии способны «компактизировать» информацию, сравним современный способ хранения информации в картах памяти формата MicroSD по технологии 3D TLC NAND с записью данных на бумажной ленте при помощи простого карандаша.



1. Оцените общую площадь (в см<sup>2</sup>), занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 2 ТБ информации, если:
  - элемент ячейки флэш-памяти по технологии TLC представляет собой практически плоский квадрат со стороной 15 нм,
  - объем хранимой в одной такой ячейке информации равен 3 бита,
  - кристалл памяти по современной 3D архитектуре представляет собой стопку из 128 слоев с информацией. **(4 балла)**
2. Рассчитайте, во сколько раз длина ленты, которая потребуется для записи 2 ТБ информации карандашом, больше или меньше расстояния от Земли до Луны, если
  - ширина одного знака (точки или вертикальной черточки), используемого для записи бита, не превышает 0,4 мм,
  - на длину ленты 1 см приходится 20 знаков,
  - расстояние от Земли до Луны составляет  $\approx 384400$  км. **(3 балла)**

**Всего – 7 баллов**

### Решение варианта 2

1. Чтобы оценить площадь, занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 2 ТБ информации, переведем количество информации в биты:

$$I = 2 \text{ ТБ} = 2 \cdot 1024^4 \text{ байт} \cdot 8 \text{ бит/байт} \approx 1,759 \cdot 10^{13} \text{ бит.}$$

Поскольку запись ведется послойно, рассчитаем, сколько бит приходится на один слой в структуре флэш-памяти:

$$I_{\text{слой}} = I/128 = 1,759 \cdot 10^{13}/128 \approx 1,37 \cdot 10^{11} \text{ бит.}$$

Чтобы рассчитать размер элемента памяти, отвечающий одному биту, найдем площадь одного элемента флэш-памяти:

$$S_{\text{эл}} = L^2 = 15^2 = 225 \text{ нм}^2.$$

Поскольку один такой элемент хранит 3 бита памяти, то на один бит приходится площадь

$$S_{\text{бит}} = S_{\text{эл}}/3 = 225/3 = 75 \text{ нм}^2.$$

На такой объем информации приходится площадь, равная

$$S_{\text{кристалл}} = I_{\text{слой}} \cdot S_{\text{бит}} = 1,37 \cdot 10^{11} \cdot 75 \approx 1,03 \cdot 10^{13} \text{ нм}^2 = 0,103 \text{ см}^2.$$

2. На один сантиметр ленты указанным способом можно записать 20 бит информации, тогда для записи 1 ТБ информации понадобится лента длиной



$$L_{\text{лента}} = \frac{I}{20 \text{ бит/см}} = \frac{1,759 \cdot 10^{13} \text{ бит}}{20 \text{ бит/см}} \approx 8,8 \cdot 10^{11} \text{ см} \approx 8,8 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

Что превышает расстояние от Земли до Луны в

$$\frac{L_{\text{лента}}}{L_{\text{З-Л}}} = \frac{8,8 \cdot 10^6 \text{ км}}{384400 \text{ км}} \approx 22,9 \text{ раза.}$$

#### Критерии оценки по пунктам:

- +0,5 балла** за правильный результат пересчета из ТБ в биты, **+0,5 балла** за правильный результат деления на число бит в ячейке (чаще всего участники делили общее число бит); **+0,5 балла** за правильный результат деления на число слоев записи – 128, **+0,5 балла** за правильный расчет площади ячейки, **+0,5 балла** за правильное значение искомой площади, и **1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
- 0,5 балла** за правильно рассчитанную длину ленты, **0,5 балла** за правильное значение отношения длины ленты к расстоянию от Земли до Луны, и **2 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета

#### Баллы снимались:

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

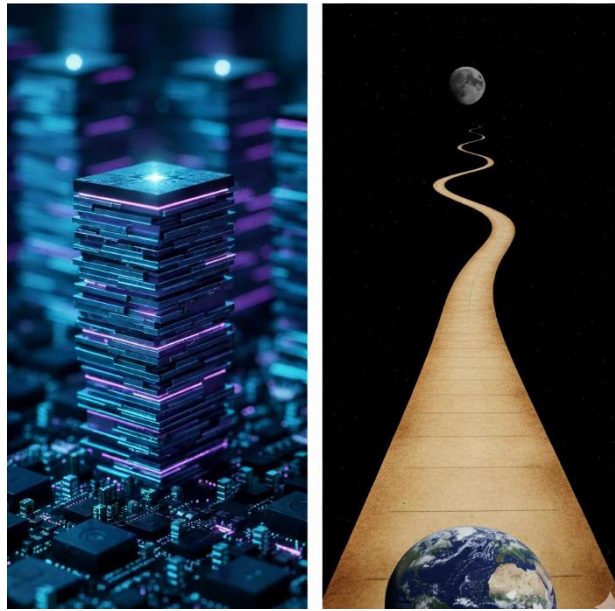
Решения, в которых использовались десятичные коэффициенты перехода от ТБ к байтам, оценивались по тем же критериям, что и решения с применением двоичных коэффициентов.

Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1024^4 \text{ Б}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	I, бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
2	2	3	15	$1,759 \cdot 10^{13}$	$1,37 \cdot 10^{11}$	225	75	$1,03 \cdot 10^{13}$	$8,8 \cdot 10^{11}$	22,9

Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1000^4 \text{ Б (СИ)}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	I, бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
2	2	3	15	$1,6 \cdot 10^{13}$	$1,25 \cdot 10^{11}$	225	75	$9,4 \cdot 10^{12}$	$8 \cdot 10^{11}$	20,8

**Вариант 3**

Чтобы наглядно увидеть насколько эффективно нанотехнологии способны «компактизировать» информацию, сравним современный способ хранения информации в картах памяти формата MicroSD по технологии 3D QLC NAND с записью данных на бумажной ленте при помощи простого карандаша.

**1. Оцените общую площадь (в  $\text{см}^2$ ), занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 3 ТБ информации, если:**

- элемент ячейки флэш-памяти по технологии QLC представляет собой практически плоский квадрат со стороной 20 нм,
- объем хранимой в одной такой ячейке информации равен 4 бита,
- кристалл памяти по современной 3D архитектуре представляет собой стопку из 128 слоев с информацией. **(4 балла)**

**2. Рассчитайте, во сколько раз длина ленты, которая потребуется для записи 3 ТБ информации карандашом, больше или меньше расстояния от Земли до Луны, если**

- ширина одного знака (точки или вертикальной черточкой), используемого для записи бита, не превышает 0,4 мм,
- на длину ленты 1 см приходится 20 знаков,
- расстояние от Земли до Луны составляет  $\approx 384400$  км. **(3 балла)**

**Всего – 7 баллов**

**Решение варианта 3**

- 1.** Чтобы оценить площадь, занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 3 ТБ информации, переведем количество информации в биты:



$$I = 3 \text{ ТБ} = 3 \cdot 1024^4 \text{ байт} \cdot 8 \text{ бит/байт} \approx 2,639 \cdot 10^{13} \text{ бит.}$$

Поскольку запись ведется послойно, рассчитаем, сколько бит приходится на один слой в структуре флэш-памяти:

$$I_{\text{слой}} = I/128 = 2,639 \cdot 10^{13}/128 \approx 2,06 \cdot 10^{11} \text{ бит.}$$

Чтобы рассчитать размер элемента памяти, отвечающий одному биту, найдем площадь одного элемента флэш-памяти:

$$S_{\text{эл}} = L^2 = 20^2 = 400 \text{ нм}^2.$$

Поскольку один такой элемент хранит 4 бита памяти, то на один бит приходится площадь

$$S_{\text{бит}} = S_{\text{эл}}/4 = 400/4 = 100 \text{ нм}^2.$$

На такой объем информации приходится площадь, равная

$$S_{\text{кристалл}} = I_{\text{слой}} \cdot S_{\text{бит}} = 2,06 \cdot 10^{11} \cdot 100 = 2,06 \cdot 10^{13} \text{ нм}^2 = 0,206 \text{ см}^2.$$

2. На один сантиметр ленты указанным способом можно записать 20 бит информации, тогда для записи 3 ТБ информации понадобится лента длиной

$$L_{\text{лента}} = \frac{I}{20 \text{ бит/см}} = \frac{2,639 \cdot 10^{13} \text{ бит}}{20 \text{ бит/см}} \approx 1,32 \cdot 10^{12} \text{ см} \approx 1,32 \cdot 10^7 \text{ км.}$$

Что превышает расстояние от Земли до Луны в

$$\frac{L_{\text{лента}}}{L_{\text{З-Л}}} = \frac{1,32 \cdot 10^7 \text{ км}}{384400 \text{ км}} \approx 34,3 \text{ раза.}$$

### **Критерии оценки по пунктам:**

1. **+0,5 балла** за правильный результат пересчета из ТБ в биты, **+0,5 балла** за правильный результат деления на число бит в ячейке (чаще всего участники делили общее число бит); **+0,5 балла** за правильный результат деления на число слоев записи – 128, **+0,5 балла** за правильный расчет площади ячейки, **+0,5 балла** за правильное значение искомой площади, и **1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
2. **0,5 балла** за правильно рассчитанную длину ленты, **0,5 балла** за правильное значение отношения длины ленты к расстоянию от Земли до Луны, и **2 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета

### **Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

от 1 до 1,5 баллов за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Решения, в которых использовались десятичные коэффициенты перехода от ТБ к байтам, оценивались по тем же критериям, что и решения с применением двоичных коэффициентов.

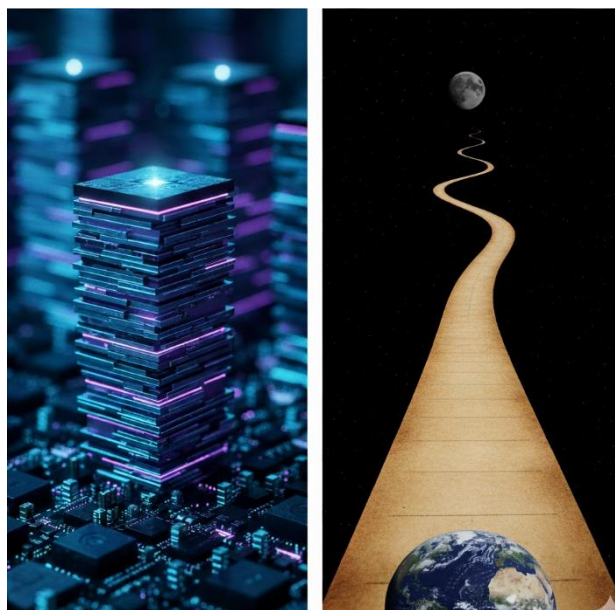
Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1024^4 \text{ Б}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	I, бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
3	3	4	20	$2,639 \cdot 10^{13}$	$2,06 \cdot 10^{11}$	400	100	$2,06 \cdot 10^{13}$	$1,32 \cdot 10^{12}$	34,3

Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1000^4 \text{ Б (СИ)}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	I, бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
3	3	4	20	$2,4 \cdot 10^{13}$	$1,88 \cdot 10^{11}$	400	100	$1,88 \cdot 10^{13}$	$1,2 \cdot 10^{12}$	31,2

## Вариант 4



Чтобы наглядно увидеть насколько эффективно нанотехнологии способны «компактизировать» информацию, сравним современный способ хранения информации в картах памяти формата MicroSD по технологии 3D QLC NAND с записью данных на бумажной ленте при помощи простого карандаша.

**1. Оцените общую площадь (в см<sup>2</sup>), занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 2 ТБ информации, если:**

- элемент ячейки флэш-памяти по технологии QLC представляет собой практически плоский квадрат со стороной 20 нм,
- объем хранимой в одной такой ячейке информации равен 4 бита,

- кристалл памяти по современной 3D архитектуре представляет собой стопку из 128 слоев с информацией. **(4 балла)**
2. Рассчитайте, во сколько раз длина ленты, которая потребуется для записи 2 ТБ информации карандашом, больше или меньше расстояния от Земли до Луны, если
- ширина одного знака (точки или вертикальной черточки), используемого для записи бита, не превышает 0,4 мм,
  - на длину ленты 1 см приходится 20 знаков,
  - расстояние от Земли до Луны составляет  $\approx 384400$  км. **(3 балла)**

**Всего – 7 баллов**

### Решение варианта 4

1. Чтобы оценить площадь, занимаемую кристаллом памяти, на который можно записать не менее 2 ТБ информации, переведем количество информации в биты:

$$I = 2 \text{ ТБ} = 2 \cdot 1024^4 \text{ байт} \cdot 8 \text{ бит/байт} \approx 1,759 \cdot 10^{13} \text{ бит.}$$

Поскольку запись ведется послойно, рассчитаем, сколько бит приходится на один слой в структуре флэш-памяти:

$$I_{\text{слой}} = I/128 = 1,759 \cdot 10^{13}/128 \approx 1,37 \cdot 10^{11} \text{ бит.}$$

Чтобы рассчитать размер элемента памяти, отвечающий одному биту, найдем площадь одного элемента флэш-памяти:

$$S_{\text{эл}} = L^2 = 20^2 = 400 \text{ нм}^2.$$

Поскольку один такой элемент хранит 4 бита памяти, то на один бит приходится площадь

$$S_{\text{бит}} = S_{\text{эл}}/4 = 400/4 = 100 \text{ нм}^2.$$

На такой объем информации приходится площадь, равная

$$S_{\text{кристалл}} = I_{\text{слой}} \cdot S_{\text{бит}} = 1,37 \cdot 10^{11} \cdot 100 = 1,37 \cdot 10^{13} \text{ нм}^2 = 0,137 \text{ см}^2.$$

2. На один сантиметр ленты указанным способом можно записать 20 бит информации, тогда для записи 2 ТБ информации понадобится лента длиной

$$L_{\text{лента}} = \frac{I}{20 \text{ бит/см}} = \frac{1,759 \cdot 10^{13} \text{ бит}}{20 \text{ бит/см}} \approx 8,8 \cdot 10^{11} \text{ см} \approx 8,8 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

Что превышает расстояние от Земли до Луны в

$$\frac{L_{\text{лента}}}{L_{\text{З-Л}}} = \frac{8,8 \cdot 10^6 \text{ км}}{384400 \text{ км}} \approx 22,9 \text{ раза.}$$

### Критерии оценки по пунктам:

- +0,5 балла** за правильный результат пересчета из ТБ в биты, **+0,5 балла** за правильный результат деления на число бит в ячейке (чаще всего участники делили общее число бит); **+0,5 балла** за правильный результат деления на число слоев записи – 128, **+0,5 балла** за правильный расчет площади ячейки, **+0,5 балла** за правильное значение искомой площади, и **1,5 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета либо нет вывода итоговой формулы расчета
- 0,5 балла** за правильно рассчитанную длину ленты, **0,5 балла** за правильное значение отношения длины ленты к расстоянию от Земли до Луны, и **2 балла** за описание хода решения; баллы теряются, если совсем нет формул расчета

### Баллы снимались:

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**-0,5 балла** за каждую ошибку в порядках величин при расчете и **-1 балл** при потере порядков при переводе единиц,

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

Решения, в которых использовались десятичные коэффициенты перехода от ТБ к байтам, оценивались по тем же критериям, что и решения с применением двоичных коэффициентов.

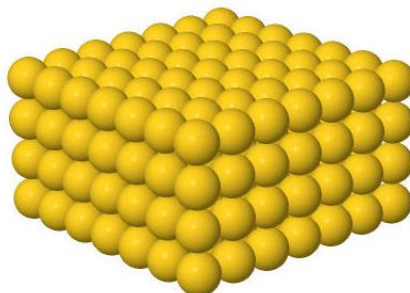
Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1024^4 \text{ Б}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	$I$ , бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
4	2	4	20	$1,759 \cdot 10^{13}$	$1,37 \cdot 10^{11}$	400	100	$1,37 \cdot 10^{13}$	$8,8 \cdot 10^{11}$	22,9

Если использовалось преобразование  $1 \text{ ТБ} = 1000^4 \text{ Б (СИ)}$

Вариант	$I_1$ , ТБ	бит/ яч	a, нм	$I$ , бит	$I_{\text{слой}}$ , бит	$S_{\text{эл}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{бит}}$ , нм <sup>2</sup>	$S_{\text{крист}}$ , нм <sup>2</sup>	L, см	Соот.
4	2	4	20	$1,6 \cdot 10^{13}$	$1,25 \cdot 10^{11}$	400	100	$1,25 \cdot 10^{13}$	$8 \cdot 10^{11}$	20,8



**Задача по математике. Секреты квадратной призмы (12 баллов)****Вариант 1**

Рассмотрим четыре нанокластера из атомов металла,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Если разобрать эти нанокластеры на отдельные атомы, а, затем, из всех получившихся атомов собрать новый, то получится нанокластер  $X$ .

Известно, что

- четыре числа, отвечающие общему числу атомов в каждом из нанокластеров ( $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$ ), образуют арифметическую последовательность с шагом 1;
- общее число атомов в нанокластере  $A$ ,  $N(A)$ , может быть представлено как сумма атомов двух полных квадратных слоев с ребрами  $a$  и  $(a + b)$  атомов металла, соответственно;
- нанокластер  $D$  с общим числом атомов  $N(D)$  может представлять собой
  - или квадратную призму  $\{2, 10a + b\}$  (то есть, стопку из  $(10a + b)$  одинаковых квадратных слоев, уложенных точно друг над другом, на ребро каждого из которых приходится ровно 2 атома металла);
  - или полый металлический кластер (ПМК) в форме квадратной призмы  $\{a, b\}$  (то есть, являться внешним одноатомным слоем квадратной призмы, на ребро квадратной грани которого приходится  $a$  атомов металла, а на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням, –  $b$  атомов металла);
- $a + b = 19$ ;
- $N(\text{pryzm}\{n, m\}) = n^2 m$  – общее число атомов в квадратной призме  $D\{n, m\}$ , состоящей из  $m$  квадратных слоёв, при этом на ребро каждого слоя приходится  $n$  атомов;
- $N(\text{ПМК}\{n, m\}) = 2n^2 + 4nm - 4m - 8n + 8$  – общее число атомов в ПМК, имеющем форму квадратной призмы  $D\{n, m\}$ , где:  $n$  – число атомов, приходящихся на ребро квадратной грани кластера, а  $m$  – число атомов, приходящихся на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням.

1. Рассчитайте значения  $a$  и  $b$ . (3 балла) Свой ответ обязательно дополните пошаговым решением. (3 балла)
2. Найдите  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$ . (3 балла)



3. Рассчитайте сумму всех делителей для  $N(A)$ ,  $N(B)$ . (2 балла)
4. Для какого из нанокластеров сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в  $N(X)$ ? (1 балл)

Всего – 12 баллов

### Решение варианта 1

1. Запишем уравнение, отвечающее главному условию:

$$N(A) + N(B) + N(C) + N(D) = N(X).$$

Поскольку  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$  и  $N(D)$  образуют арифметическую последовательность с шагом 1, следовательно:

$$N(A) = x,$$

$$N(B) = N(A) + 1 = x + 1$$

$$N(C) = N(B) + 1 = N(A) + 2 = x + 2$$

$$N(D) = N(C) + 1 = N(B) + 2 = N(A) + 3 = x + 3$$

Тогда

$$N(X) = x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x + 6.$$

Составим уравнение, приравняв два выражения для общего числа атомов для двух возможных вариантов структуры нанокластера **D**:

$$2a^2 + 4ab - 4b - 8a + 8 = 4(10a + b)$$

$$2a^2 + 4ab - 48a - 8b + 8 = 0$$

$$a^2 + 2ab - 24a - 4b + 4 = 0$$

Выражая **a** из  $a + b = 19$  и подставляя в ранее полученное уравнение, получаем

$$a^2 + 2a(19 - a) - 24a - 4(19 - a) + 4 = 0$$

$$a^2 - 18a + 72 = 0$$

Чтобы решить квадратное уравнение, рассчитаем его дискриминант:

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 72 = 36$$

$$\text{Тогда } a = \frac{18-6}{2} = 6 \text{ или } a = \frac{18+6}{2} = 12.$$

$$\text{Значит, } b = 19 - 6 = 13 \text{ или } b = 19 - 12 = 7.$$

Чтобы найти, какое из решений квадратного уравнения нам подходит, запишем известные нам способы представления общего числа атомов в нанокластере **A**, а

затем проверим, в каком случае значения, полученные по двум формулам, совпадают:

$$N(A) = a^2 + (a + b)^2$$

$$N(A) = N(D) - 3 = 4(10a + b) - 3$$

проверка

$$\{6, 13\}: 6^2 + 19^2 = 397 \text{ и } 2^2 \cdot (60 + 13) - 3 = 4 \cdot 73 - 3 = 289 - \text{не совпадает}$$

$$\{12, 7\} 12^2 + 19^2 = 505 \text{ и } 2^2 \cdot (120 + 7) - 3 = 4 \cdot 127 - 3 = 505 - \text{решение}$$

2.

$$N(D\{2, 127\}) = 2^2 \cdot 127 = 508$$

$$N(A) = x = N(D\{2, 127\}) - 3 = 505$$

$$N(B) = N(A) + 1 = 506$$

$$N(C) = N(B) + 1 = 507$$

$$N(X) = 505 + 506 + 507 + 508 = 2026$$

3. Делители  $N(A) = 505 = 1 \cdot 5 \cdot 101$ : 1, 5, 101, 505, их сумма равна

$$(1 + 5) \cdot (1 + 101) = 6 \cdot 102 = 612.$$

Делители  $N(B) = 506 = 2 \cdot 11 \cdot 23$ : 1, 2, 11, 22, 23, 46, 253, 506, их сумма равна

$$(1 + 2) \cdot (1 + 11) \cdot (1 + 23) = 3 \cdot 12 \cdot 24 = 864.$$

4. Рассчитаем сумму всех цифр для каждой и полученных величин общего числа атомов в нанокластерах:

$$\text{Для } N(A): 5 + 0 + 5 = 10$$

$$\text{Для } N(B) = 5 + 0 + 6 = 11$$

$$\text{Для } N(C) = 5 + 0 + 7 = 12$$

$$\text{Для } N(D) = 5 + 0 + 8 = 13$$

$$\text{Для } N(X) = 2 + 0 + 2 + 6 = 10.$$

То есть, для **A** сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в **N(X)**.

#### **Критерии оценки по пунктам:**

1. **2 балла** за составление системы уравнений (или последовательное составление двух уравнений); балл снижался, если было составлено только одно уравнение, **1 балл** за  $a = 12$  и  $b = 7$ , **3 балла** за решение уравнений (системы уравнений) и последовательное

исключение неподходящих корней, полный балл ставился, только если было доказано, что полученные значения удовлетворяют всем указанным в условии пунктам.

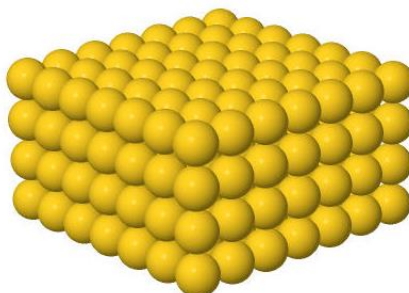
2. **1,5 балла** за правильные значения  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$  и **1,5 балла** за их расчет исходя из значений  $a$ ,  $b$  и формул из условия.
3. **1 балл** за правильно указанные суммы всех делителей указанных чисел и **1 балл** за расчет полученных величин.
4. **0,5 балла** за ответ  $N(A)$  и **0,5 балла** за обоснование своего выбора.

#### **Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

#### **Вариант 2**



Рассмотрим четыре нанокластера из атомов металла  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Если разобрать эти нанокластеры на отдельные атомы, а, затем, из всех получившихся атомов собрать новый, то получится нанокластер  $X$ .

Известно, что

- четыре числа, отвечающие общему числу атомов в каждом из нанокластеров ( $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$ ), образуют арифметическую последовательность с шагом 1;
- общее число атомов в нанокластере  $A$ ,  $N(A)$ , может быть представлено как сумма атомов двух полных квадратных слоев с ребрами  $a$  и  $(a + b)$  атомов металла, соответственно;
- нанокластер  $D$  с общим числом атомов  $N(D)$  может представлять собой
  - или квадратную призму  $\{2, 10a + b\}$  (то есть, стопку из  $(10a + b)$  одинаковых квадратных слоев, уложенных точно друг над другом, на ребро каждого из которых приходится ровно 2 атома металла);

- или полый металлический кластер (ПМК) в форме квадратной призмы  $\{a, b\}$  (то есть, являться внешним одноатомным слоем квадратной призмы, на ребро квадратной грани которого приходится  $a$  атомов металла, а на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням, –  $b$  атомов металла);
  - $a + b = 19$ ;
  - $N(\text{призма}\{n, m\}) = n^2 m$  – общее число атомов в квадратной призме  $D\{n, m\}$ , состоящей из  $m$  квадратных слоёв, при этом на ребро каждого слоя приходится  $n$  атомов;
  - $N(\text{ПМК}\{n, m\}) = 2n^2 + 4nm - 4m - 8n + 8$  – общее число атомов в ПМК, имеющем форму квадратной призмы  $D\{n, m\}$ , где:  $n$  – число атомов, приходящихся на ребро квадратной грани кластера, а  $m$  – число атомов, приходящихся на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням.
5. Рассчитайте значения  $a$  и  $b$ . (3 балла) Свой ответ обязательно дополните пошаговым решением. (3 балла)
6. Найдите  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$ . (3 балла)
7. Рассчитайте сумму всех делителей для  $N(C)$ ,  $N(D)$ . (2 балла)
8. Для какого из нанокластеров сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в  $N(X)$ ? (1 балл)

**Всего – 12 баллов**

## **Решение варианта 2**

1. Запишем уравнение, отвечающее главному условию:

$$N(A) + N(B) + N(C) + N(D) = N(X).$$

Поскольку  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$  и  $N(D)$  образуют арифметическую последовательность с шагом 1, следовательно:

$$N(A) = x,$$

$$N(B) = N(A) + 1 = x + 1$$

$$N(C) = N(B) + 1 = N(A) + 2 = x + 2$$

$$N(D) = N(C) + 1 = N(B) + 2 = N(A) + 3 = x + 3$$

Тогда

$$N(X) = x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x + 6.$$

Составим уравнение, приравняв два выражения для общего числа атомов для двух возможных вариантов структуры нанокластера **D**:

$$2a^2 + 4ab - 4b - 8a + 8 = 4(10a + b)$$



$$2a^2 + 4ab - 48a - 8b + 8 = 0$$

$$a^2 + 2ab - 24a - 4b + 4 = 0$$

Выражая **a** из **a + b = 19** и подставляя в ранее полученное уравнение, получаем

$$a^2 + 2a(19 - a) - 24a - 4(19 - a) + 4 = 0$$

$$a^2 - 18a + 72 = 0$$

Чтобы решить квадратное уравнение, рассчитаем его дискриминант:

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 72 = 36$$

$$\text{Тогда } a = \frac{18-6}{2} = 6 \text{ или } a = \frac{18+6}{2} = 12.$$

$$\text{Значит, } b = 19 - 6 = 13 \text{ или } b = 19 - 12 = 7.$$

Чтобы найти, какое из решений квадратного уравнения нам подходит, запишем известные нам способы представления общего числа атомов в нанокластере **A**, а затем проверим, в каком случае значения, полученные по двум формулам, совпадают:

$$N(A) = a^2 + (a + b)^2$$

$$N(A) = N(D) - 3 = 4(10a + b) - 3$$

проверка

$$\{6, 13\}: 6^2 + 19^2 = 397 \text{ и } 2^2 \cdot (60 + 13) - 3 = 4 \cdot 73 - 3 = 289 - \text{не совпадает}$$

$$\{12, 7\} 12^2 + 19^2 = 505 \text{ и } 2^2 \cdot (120 + 7) - 3 = 4 \cdot 127 - 3 = 505 - \text{решение}$$

2.

$$N(D\{2, 127\}) = 2^2 \cdot 127 = 508$$

$$N(A) = x = N(D\{2, 127\}) - 3 = 505$$

$$N(B) = N(A) + 1 = 506$$

$$N(C) = N(B) + 1 = 507$$

$$N(X) = 505 + 506 + 507 + 508 = 2026$$

3. Делители  $N(C) = 507 = 3 \cdot 13^2$ : 1, 3, 13, 39, 169, 507, их сумма равна

$$(1 + 3) \cdot (13^3 - 1) / (13 - 1) = 4 \cdot 183 = 732.$$

Делители  $N(D) = 508 = 2^2 \cdot 127$ : 1, 2, 4, 127, 254, 508, их сумма равна

$$(2^3 - 1) / (2 - 1) \cdot (1 + 127) = 7 \cdot 128 = 896.$$

4. Рассчитаем сумму всех цифр для каждой и полученных величин общего числа атомов в нанокластерах:

$$\text{Для } N(A): 5 + 0 + 5 = 10$$

$$\text{Для } N(B) = 5 + 0 + 6 = 11$$

$$\text{Для } N(C) = 5 + 0 + 7 = 12$$

$$\text{Для } N(D) = 5 + 0 + 8 = 13$$

$$\text{Для } N(X) = 2 + 0 + 2 + 6 = 10.$$

То есть, для **A** сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в **N(X)**.

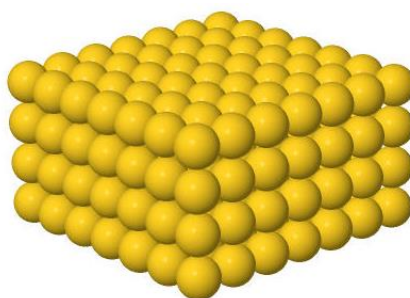
**Критерии оценки по пунктам:**

1. **2 балла** за составление системы уравнений (или последовательное составление двух уравнений); балл снижался, если было составлено только одно уравнение, **1 балл** за  $a = 12$  и  $b = 7$ , **3 балла** за решение уравнений (системы уравнений) и последовательное исключение неподходящих корней, полный балл ставился, только если было доказано, что полученные значения удовлетворяют всем указанным в условии пунктам.
2. **1,5 балла** за правильные значения  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$  и **1,5 балла** за их расчет исходя из значений  $a$ ,  $b$  и формул из условия.
3. **1 балл** за правильно указанные суммы всех делителей указанных чисел и **1 балл** за расчет полученных величин.
4. **0,5 балла** за ответ  $N(A)$  и **0,5 балла** за обоснование своего выбора.

**Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

**Вариант 3**

Рассмотрим четыре нанокластера из атомов металла,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Если разобрать эти нанокластеры на отдельные атомы, а, затем, из всех получившихся атомов собрать новый, то получится нанокластер  $X$ .

Известно, что

- четыре числа, отвечающие общему числу атомов в каждом из нанокластеров ( $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$ ), образуют арифметическую последовательность с шагом 1;
- общее число атомов в нанокластере  $A$ ,  $N(A)$ , может быть представлено как сумма атомов двух полных квадратных слоев с ребрами  $a$  и  $(a + b)$  атомов металла, соответственно;
- нанокластер  $D$  с общим числом атомов  $N(D)$  может представлять собой
  - или квадратную призму  $\{2, 10a + b\}$  (то есть, стопку из  $(10a + b)$  одинаковых квадратных слоев, уложенных точно друг над другом, на ребро каждого из которых приходится ровно 2 атома металла);
  - или полый металлический кластер (ПМК) в форме квадратной призмы  $\{a, b\}$  (то есть, являться внешним одноатомным слоем квадратной призмы, на ребро квадратной грани которого приходится  $a$  атомов металла, а на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням, –  $b$  атомов металла);
- $a + b = 19$ ;
- $N(\text{призма}\{n, m\}) = n^2 m$  – общее число атомов в квадратной призме  $D \{n, m\}$ , состоящей из  $m$  квадратных слоёв, при этом на ребро каждого слоя приходится  $n$  атомов;
- $N(\text{ПМК}\{n, m\}) = 2n^2 + 4nm - 4m - 8n + 8$  – общее число атомов в ПМК, имеющем форму квадратной призмы  $D \{n, m\}$ , где:  $n$  – число атомов, приходящихся на ребро квадратной грани кластера, а  $m$  – число атомов, приходящихся на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням.

1. Рассчитайте значения  $a$  и  $b$ . (3 балла) Свой ответ обязательно дополните пошаговым решением. (3 балла)
2. Найдите  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$ . (3 балла)
3. Рассчитайте сумму всех делителей для  $N(A)$ ,  $N(D)$ . (2 балла)

4. Для какого из нанокластеров сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в  $N(X)$ ? (1 балл)

Всего – 12 баллов

### Решение варианта 3

1. Запишем уравнение, отвечающее главному условию:

$$N(A) + N(B) + N(C) + N(D) = N(X).$$

Поскольку  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$  и  $N(D)$  образуют арифметическую последовательность с шагом 1, следовательно:

$$N(A) = x,$$

$$N(B) = N(A) + 1 = x + 1$$

$$N(C) = N(B) + 1 = N(A) + 2 = x + 2$$

$$N(D) = N(C) + 1 = N(B) + 2 = N(A) + 3 = x + 3$$

Тогда

$$N(X) = x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x + 6.$$

Составим уравнение, приравняв два выражения для общего числа атомов для двух возможных вариантов структуры нанокластера D:

$$2a^2 + 4ab - 4b - 8a + 8 = 4(10a + b)$$

$$2a^2 + 4ab - 48a - 8b + 8 = 0$$

$$a^2 + 2ab - 24a - 4b + 4 = 0$$

Выражая  $a$  из  $a + b = 19$  и подставляя в ранее полученное уравнение, получаем

$$a^2 + 2a(19 - a) - 24a - 4(19 - a) + 4 = 0$$

$$a^2 - 18a + 72 = 0$$

Чтобы решить квадратное уравнение, рассчитаем его дискриминант:

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 72 = 36$$

$$\text{Тогда } a = \frac{18-6}{2} = 6 \text{ или } a = \frac{18+6}{2} = 12.$$

$$\text{Значит, } b = 19 - 6 = 13 \text{ или } b = 19 - 12 = 7.$$

Чтобы найти, какое из решений квадратного уравнения нам подходит, запишем известные нам способы представления общего числа атомов в нанокластере A, а



затем проверим, в каком случае значения, полученные по двум формулам, совпадают:

$$N(A) = a^2 + (a + b)^2$$

$$N(A) = N(D) - 3 = 4(10a + b) - 3$$

проверка

$$\{6, 13\}: 6^2 + 19^2 = 397 \text{ и } 2^2 \cdot (60 + 13) - 3 = 4 \cdot 73 - 3 = 289 - \text{не совпадает}$$

$$\{12, 7\}: 12^2 + 19^2 = 505 \text{ и } 2^2 \cdot (120 + 7) - 3 = 4 \cdot 127 - 3 = 505 - \text{решение}$$

2.

$$N(D\{2, 127\}) = 2^2 \cdot 127 = 508$$

$$N(A) = x = N(D\{2, 127\}) - 3 = 505$$

$$N(B) = N(A) + 1 = 506$$

$$N(C) = N(B) + 1 = 507$$

$$N(X) = 505 + 506 + 507 + 508 = 2026$$

3. Делители  $N(A) = 505 = 1 \cdot 5 \cdot 101$ : 1, 5, 101, 505, их сумма равна

$$(1 + 5) \cdot (1 + 101) = 6 \cdot 102 = 612.$$

Делители  $N(D) = 508 = 2^2 \cdot 127$ : 1, 2, 4, 127, 254, 508, их сумма равна

$$(2^3 - 1)/(2 - 1) \cdot (1 + 127) = 7 \cdot 128 = 896.$$

4. Рассчитаем сумму всех цифр для каждой и полученных величин общего числа атомов в нанокластерах:

$$\text{Для } N(A): 5 + 0 + 5 = 10$$

$$\text{Для } N(B) = 5 + 0 + 6 = 11$$

$$\text{Для } N(C) = 5 + 0 + 7 = 12$$

$$\text{Для } N(D) = 5 + 0 + 8 = 13$$

$$\text{Для } N(X) = 2 + 0 + 2 + 6 = 10.$$

То есть, для **A** сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в **N(X)**.

#### **Критерии оценки по пунктам:**

1. **2 балла** за составление системы уравнений (или последовательное составление двух уравнений); балл снижался, если было составлено только одно уравнение, **1 балл** за

$a = 12$  и  $b = 7$ , **3 балла** за решение уравнений (системы уравнений) и последовательное исключение неподходящих корней, полный балл ставился, только если было доказано, что полученные значения удовлетворяют всем указанным в условии пунктам.

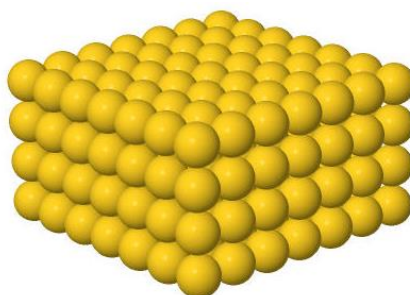
2. **1,5 балла** за правильные значения  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$  и **1,5 балла** за их расчет исходя из значений  $a$ ,  $b$  и формул из условия.
3. **1 балл** за правильно указанные суммы всех делителей указанных чисел и **1 балл** за расчет полученных величин.
4. **0,5 балла** за ответ  $N(A)$  и **0,5 балла** за обоснование своего выбора.

#### **Баллы снимались:**

**-0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

#### **Вариант 4**



Рассмотрим четыре нанокластера из атомов металла,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Если разобрать эти нанокластеры на отдельные атомы, а, затем, из всех получившихся атомов собрать новый, то получится нанокластер  $X$ .

Известно, что

- четыре числа, отвечающие общему числу атомов в каждом из нанокластеров ( $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$ ), образуют арифметическую последовательность с шагом 1;
- общее число атомов в нанокластере  $A$ ,  $N(A)$ , может быть представлено как сумма атомов двух полных квадратных слоев с ребрами  $a$  и  $(a + b)$  атомов металла, соответственно;
- нанокластер  $D$  с общим числом атомов  $N(D)$  может представлять собой
  - или квадратную призму  $\{2, 10a + b\}$  (то есть, стопку из  $(10a + b)$  одинаковых квадратных слоев, уложенных точно друг над другом, на ребро каждого из которых приходится ровно 2 атома металла);

- или полый металлический кластер (ПМК) в форме квадратной призмы  $\{a, b\}$  (то есть, являться внешним одноатомным слоем квадратной призмы, на ребро квадратной грани которого приходится  $a$  атомов металла, а на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням, –  $b$  атомов металла);
  - $a + b = 19$ ;
  - $N(\text{pryzm}\{n, m\}) = n^2 m$  – общее число атомов в квадратной призме  $D\{n, m\}$ , состоящей из  $m$  квадратных слоёв, при этом на ребро каждого слоя приходится  $n$  атомов;
  - $N(\text{ПМК}\{n, m\}) = 2n^2 + 4nm - 4m - 8n + 8$  – общее число атомов в ПМК, имеющем форму квадратной призмы  $D\{n, m\}$ , где:  $n$  – число атомов, приходящихся на ребро квадратной грани кластера, а  $m$  – число атомов, приходящихся на ребро, принадлежащее двум прямоугольным граням.
1. Рассчитайте значения  $a$  и  $b$ . (3 балла) Свой ответ обязательно дополните пошаговым решением. (3 балла)
  2. Найдите  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$ . (3 балла)
  3. Рассчитайте сумму всех делителей для  $N(B)$ ,  $N(C)$ . (2 балла)
  4. Для какого из нанокластеров сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в  $N(X)$ ? (1 балл)

**Всего – 12 баллов**

#### **Решение варианта 4**

1. Запишем уравнение, отвечающее главному условию:

$$N(A) + N(B) + N(C) + N(D) = N(X).$$

Поскольку  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$  и  $N(D)$  образуют арифметическую последовательность с шагом 1, следовательно:

$$N(A) = x,$$

$$N(B) = N(A) + 1 = x + 1$$

$$N(C) = N(B) + 1 = N(A) + 2 = x + 2$$

$$N(D) = N(C) + 1 = N(B) + 2 = N(A) + 3 = x + 3$$

Тогда

$$N(X) = x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 4x + 6.$$

Составим уравнение, приравняв два выражения для общего числа атомов для двух возможных вариантов структуры нанокластера **D**:



$$2a^2 + 4ab - 4b - 8a + 8 = 4(10a + b)$$

$$2a^2 + 4ab - 48a - 8b + 8 = 0$$

$$a^2 + 2ab - 24a - 4b + 4 = 0$$

Выражая **a** из **a + b = 19** и подставляя в ранее полученное уравнение, получаем

$$a^2 + 2a(19 - a) - 24a - 4(19 - a) + 4 = 0$$

$$a^2 - 18a + 72 = 0$$

Чтобы решить квадратное уравнение, рассчитаем его дискриминант:

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 72 = 36$$

$$\text{Тогда } a = \frac{18-6}{2} = 6 \text{ или } a = \frac{18+6}{2} = 12.$$

$$\text{Значит, } b = 19 - 6 = 13 \text{ или } b = 19 - 12 = 7.$$

Чтобы найти, какое из решений квадратного уравнения нам подходит, запишем известные нам способы представления общего числа атомов в нанокластере **A**, а затем проверим, в каком случае значения, полученные по двум формулам, совпадают:

$$N(A) = a^2 + (a + b)^2$$

$$N(A) = N(D) - 3 = 4(10a + b) - 3$$

проверка

$$\{6, 13\}: 6^2 + 19^2 = 397 \text{ и } 2^2 \cdot (60 + 13) - 3 = 4 \cdot 73 - 3 = 289 - \text{не совпадает}$$

$$\{12, 7\} 12^2 + 19^2 = 505 \text{ и } 2^2 \cdot (120 + 7) - 3 = 4 \cdot 127 - 3 = 505 - \text{решение}$$

2.

$$N(D\{2, 127\}) = 2^2 \cdot 127 = 508$$

$$N(A) = x = N(D\{2, 127\}) - 3 = 505$$

$$N(B) = N(A) + 1 = 506$$

$$N(C) = N(B) + 1 = 507$$

$$N(X) = 505 + 506 + 507 + 508 = 2026$$

3. Делители  $N(B) = 506 = 2 \cdot 11 \cdot 23$ : 1, 2, 11, 22, 23, 46, 253, 506, их сумма равна

$$(1 + 2) \cdot (1 + 11) \cdot (1 + 23) = 3 \cdot 12 \cdot 24 = 864.$$

Делители  $N(C) = 507 = 3 \cdot 13^2$ : 1, 3, 13, 39, 169, 507, их сумма равна

$$(1 + 3) \cdot (13^3 - 1) / (13 - 1) = 4 \cdot 183 = 732.$$

4. Рассчитаем сумму всех цифр для каждой и полученных величин общего числа атомов в нанокластерах:

Для  $N(A)$ :  $5 + 0 + 5 = 10$

Для  $N(B) = 5 + 0 + 6 = 11$

Для  $N(C) = 5 + 0 + 7 = 12$

Для  $N(D) = 5 + 0 + 8 = 13$

Для  $N(X) = 2 + 0 + 2 + 6 = 10$ .

То есть, для  $A$  сумма всех цифр общего числа атомов равна сумме всех цифр в  $N(X)$ .

**Критерии оценки по пунктам:**

1. **2 балла** за составление системы уравнений (или последовательное составление двух уравнений); балл снижался, если было составлено только одно уравнение, **1 балл** за  $a = 12$  и  $b = 7$ , **3 балла** за решение уравнений (системы уравнений) и последовательное исключение неподходящих корней, полный балл ставился, только если было доказано, что полученные значения удовлетворяют всем указанным в условии пунктам.
2. **1,5 балла** за правильные значения  $N(A)$ ,  $N(B)$ ,  $N(C)$ ,  $N(D)$  и  $N(X)$  и **1,5 балла** за их расчет исходя из значений  $a$ ,  $b$  и формул из условия.
3. **1 балл** за правильно указанные суммы всех делителей указанных чисел и **1 балл** за расчет полученных величин.
4. **0,5 балла** за ответ  $N(A)$  и **0,5 балла** за обоснование своего выбора.

**Баллы снимались:**

-**0,5 балла** за каждую арифметическую ошибку (даже если она сделана в самом начале, но только тогда, когда все остальные расчеты верны),

**от 1 до 1,5 баллов** за каждую грубую ошибку – например, потерю слагаемого или множителя, или грубую ошибку в преобразованиях – которая существенно меняет ход решения (при условии, что все остальные действия выполнены верно).

**Задача по биологии. Выбор ботаника (5 баллов)****Вариант 1**

Перед вами две корзинки, в первой цветы ландыша, лилии, орхидея Венерин башмачок и овёс, во второй — цветы ромашки, колокольчики, одуванчики и сурепка.

**В какую из двух корзинок вы поставите цветы: тюльпаны, пионы и цветы земляники, если вы не мастер икебаны, а ботаник? Объясните свой выбор. (По 1 баллу за каждое из 3 растений, 2 балла за объяснение)**

**Всего – 5 баллов**

**Решение варианта 1**

Все перечисленные цветы представляют собой два класса – однодольные и двудольные растения. В первой корзине стоят однодольные растения, к ним нужно добавить тюльпаны, относящиеся к однодольным растениям, во второй вазе стоят двудольные растения, к ним нужно поставить пионы и цветы земляники. За каждое правильно поставленное растение присуждалось **по одному баллу и 2 балла** – за пояснение выбора.

**Вариант 2**

Перед вами две вазы, в первой стоит камыш, бамбук, орхидея Венерин башмачок и ирисы, во второй — клевер, пастушья сумка, васильки и люпин.

В какую из двух ваз вы поставите цветы: белокрыльник, нарциссы, розу, если вы не мастер икебаны, а ботаник? Объясните свой выбор. (По 1 баллу за каждое из 3 растений, 2 балла за объяснение).

Всего – 5 баллов

## Решение варианта 2

Все перечисленные цветы представляют собой два класса – однодольные и двудольные растения. В первой вазе стоят однодольные растения, к ним нужно добавить белокрыльник и нарциссы, относящиеся к однодольным растениям, во второй вазе — двудольные, к ним нужно поставить розы, поскольку они относятся к двудольным. За каждое правильно поставленное растение присуждалось **по одному баллу** и **2 балла** – за пояснение выбора.

## Вариант 3



Перед вами две корзины, в первой лежат бананы, кукуруза, лук, чеснок, во второй — огурец, помидор, свекла, горох.

В какую из двух корзин вы положите кокос, баклажан, кочан капусты, если вы не повар, а ботаник? Объясните свой выбор. (По 1 баллу за каждое из 3 растений, 2 балла за объяснение).

Всего – 5 баллов

## Решение варианта 3

Все перечисленные цветы представляют собой два класса – однодольные и двудольные растения. В первой корзине лежат однодольные растения, к ним нужно добавить кокос, относящийся к однодольным, во второй — двудольные, к ним нужно положить баклажан и капусту. За каждое правильно поставленное растение присуждалось **по одному баллу** и **2 балла** – за пояснение выбора.



**Вариант 4**

Перед вами две корзины, в первой лежат пшеница, ячмень, аир, рис, во второй — цветы яблони, цветы подсолнечника, листья винограда, пионы.

**В какую из двух корзин вы положите орхидеи, ягоды клубники, астры, если вы не фермер, а ботаник? Объясните свой выбор. (По 1 баллу за каждое из 3 растений, 2 балла за объяснение).**

**Всего – 5 баллов**

**Решение варианта 4**

Все перечисленные цветы представляют собой два класса – однодольные и двудольные растения. В первой корзине лежат однодольные растения, к ним нужно добавить орхидеи, являющиеся однодольными, во второй корзине лежат двудольные растения, к ним нужно положить клубнику и астры (двудольные). За каждое правильно поставленное растение присуждалось **по одному баллу и 2 балла** – за пояснение выбора.

**Задача по биологии. Осенний лист (5 баллов)****Вариант 1**

На рисунке выделены области листа, окрашенные в разные цвета.

**Плюсами (да) в таблице отметьте правильные утверждения о соединениях, отвечающих за окраску. У каждого плюса приведите название класса соединений. (По 1 баллу за каждый верный плюс с названием.)**





Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения участвуют в фотосинтезе				
Эти соединения защищают растения от ультрафиолета				
Предшественники этих соединений защищали растения от вредителей				

**Всего – 5 баллов**

### Решение варианта 1

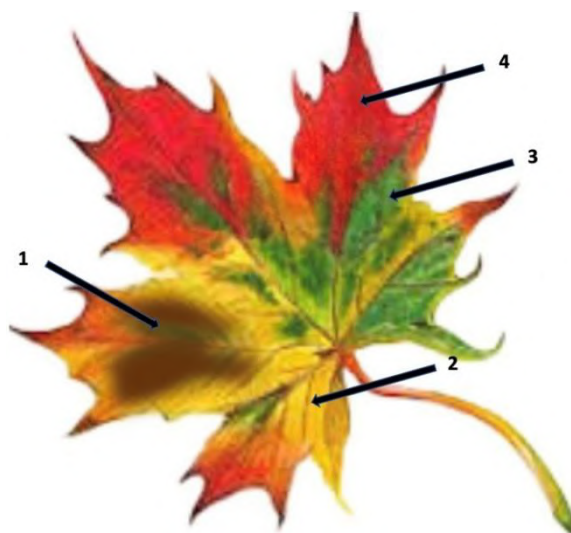
Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения участвует в фотосинтезе	–	+(хлорофиллы)	–	+(каротиноиды)
Эти соединения защищают растения от ультрафиолета	+(антоцианы)	–	–	+(каротиноиды)
Предшественники этих соединений защищали растения от вредителей	–	–	+(хиноны, танины)	–

**Критерий оценивания:** в таблице присутствует 5 правильных утверждений, по одному баллу за каждый правильный «плюс» с указанием молекул.

## Вариант 2

На рисунке выделены области листа, окрашенные в разные цвета.

Плюсами (да) в таблице отметьте правильные утверждения о соединениях, отвечающих за окраску. У каждого плюса приведите название класса соединений. (По 1 баллу за каждый верный плюс с названием.)



Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения участвуют в фотосинтезе				
Предшественники этих соединений защищали растения от вредителей				
Эти соединения защищают растения от ультрафиолета				

**Всего – 5 баллов**

## Решение варианта 2

Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения участвует в фотосинтезе	–	+ (каротиноиды)	+ (хлорофиллы)	–
Предшественники этих соединений защищали растения от вредителей	+ (хиноны)	–	–	–

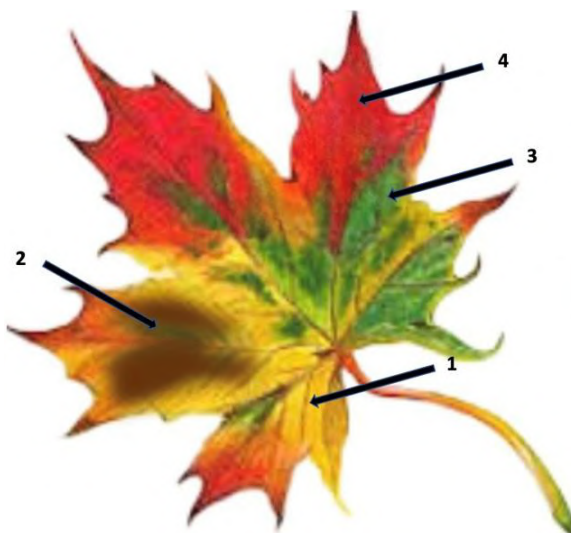
Эти соединения защищают растения от ультрафиолета	–	+	–	+
		(каротиноиды)		(антоцианы)

**Критерий оценивания:** в таблице присутствует 5 правильных утверждений, по одному баллу за каждый правильный «плюс» с указанием молекул.

## Вариант 3

На рисунке выделены области листа, окрашенные в разные цвета.

Плюсами (да) в таблице отметьте правильные утверждения о соединениях, отвечающих за окраску. У каждого плюса приведите название класса соединений. (По 1 баллу за каждый верный плюс с названием.)



Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения – продукт работы фермента полифенолоксидазы				
Эти соединения участвует в фотосинтезе				
Эти соединения защищают растения от активных форм кислорода				

**Всего – 5 баллов**

## Решение варианта 3

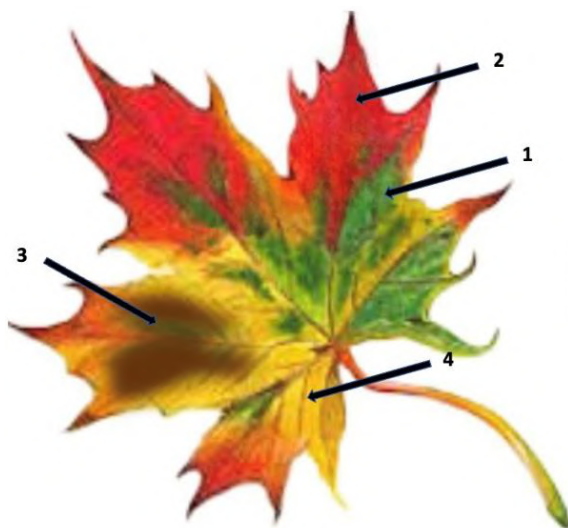
Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения продукт работы фермента полифенолоксидаза	–	+ (хиноны)	–	–
Эти соединения участвует в фотосинтезе	+ (каротиноиды)	–	+ (хлорофиллы)	–
Эти соединения защищают растения от активных форм кислорода	+ (каротиноиды)	–	–	+ (антоцианы)

**Критерий оценивания:** в таблице присутствует 5 правильных утверждений, по одному баллу за каждый правильный «плюс» с указанием молекул.

## Вариант 4

На рисунке выделены области листа, окрашенные в разные цвета.

Плюсами (да) в таблице отметьте правильные утверждения о соединениях, отвечающих за окраску. У каждого плюса приведите название класса соединений. (По 1 баллу за каждый верный плюс с названием.)



Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения не участвуют в фотосинтезе				
Эти соединения улавливают световую энергию				
Эти соединения защищают растения от активных форм кислорода				

**Всего – 5 баллов**

#### **Решение варианта 4**

Утверждения	1	2	3	4
Эти соединения не участвуют в фотосинтезе	–	+(антоцианы)	+(хиноны)	–
Эти соединения улавливают световую энергию	+(хлорофиллы)	–	–	–
Эти соединения защищают растения от активных форм кислорода	–	+(антоцианы)	–	+(каротиноиды)

**Критерий оценивания:** в таблице присутствует 5 правильных утверждений, по одному баллу за каждый правильный «плюс» с указанием молекул.

### **Задача по биологии. Близкие родственники (15 баллов)**







#### **Вариант 1**

В современном мире таксономия строится на принципах филогенетики, где классификация организмов основана с учётом их общего происхождения и эволюционных связей, объединяя их в монофилетические группы. Развитие молекулярной генетики и филогенетики привело к переоценке многих таксономических групп в биологии, предоставляя более точные данные о том, кто кому приходится родственником. В таблице представлены примеры животных.

Выберите животных из первого столбца и найдите им пару из второго, так чтобы они, согласно современным филогенетическим данным, были наиболее близкими родственниками. (По 3 балла за каждое правильное соответствие.)

Часть пар может быть представлена, как текст – картинка, часть как картинка – картинка, часть как текст – текст, но это необязательно. Конечно же, не стоит исключать, что животное из первого столбца пары не имеет.

Пример записи решения: 1 – Б

1.	клещ	А.	
2.		Б.	таракан
3.	ламантин	В.	
4.		Г.	
5.	бегемот	Д.	

Всего – 15 баллов

## Решение варианта 1

1 – Д; 2 – В; 3 – Г; 4 – Б; 5 – А.

Клещ и скорпион - паукообразные; лошадь и носорог - непарнокопытные животные; ламантин и слон - близкие родственники, относящиеся к таксону полукопытных; богомол и таракан принадлежат к одному надотряду тараканообразных; бегемот и кит являются представителями отряда китопарнокопытных, они - близкие родственники, которые в своей эволюции разошлись сравнительно недавно.







## Вариант 2

В современном мире таксономия строится на принципах филогенетики, где классификация организмов основана с учётом их общего происхождения и эволюционных связей, объединяя их в монофилетические группы. Развитие молекулярной генетики и филогенетики привело к переоценке многих таксономических групп в биологии, предоставляя более точные данные о том, кто кому приходится родственником. В таблице представлены примеры животных.

**Выберите животных из первого столбца и найдите им пару из второго, так чтобы они, согласно современным филогенетическим данным, были наиболее близкими родственниками. (По 3 балла за каждое правильное соответствие.)**

Часть пар может быть представлена, как текст – картинка, часть как картинка – картинка, часть как текст – текст, но это необязательно. Конечно же, не стоит исключать, что животное из первого столбца пары не имеет.

*Пример записи решения: 1 – Б*

1.	Водяной скорпион	А.	
2.		Б.	
3.		В.	кашалот
4.	лошадь	Г.	
5.	клещ	Д.	

**Всего – 15 баллов**

## **Решение варианта 2**

1 – Г; 2 – В; 3 – А; 4 – Д; 5 – Б.

Водяной скорпион (он же водный хищный клоп), как и его наземный родственник клоп-щитник, принадлежат к отряду клопов; бегемот (2) и кашалот (В) являются представителями отряда китопарнокопытных, они - близкие родственники, которые в своей эволюции разошлись сравнительно недавно. 3 – А: богомол и таракан принадлежат к одному надотряду тараканообразных; 4 – Д: лошадь и носорог - являются непарнокопытными животными; 5 – Б - клещ и скорпион - паукообразные.

## **Вариант 3**










В современном мире таксономия строится на принципах филогенетики, где классификация организмов основана с учётом их общего происхождения и эволюционных связей, объединяя их в монофилетические группы. Развитие молекулярной генетики и филогенетики привело к переоценке многих таксономических групп в биологии, предоставляя более точные данные о том, кто кому приходится родственником. В таблице представлены примеры животных.

**Выберите животных из первого столбца и найдите им пару из второго, так чтобы они, согласно современным филогенетическим данным, были наиболее близкими родственниками. (По 3 балла за каждое правильное соответствие.)**

Часть пар может быть представлена, как текст – картинка, часть как картинка – картинка, но это необязательно. Конечно же, не стоит исключать, что животное из первого столбца пары не имеет.

*Пример записи решения: 1 – Б*



1.		А.	
2.		Б.	
3.	кашалот	В.	
4.		Г.	
5.		Д.	

**Всего – 15 баллов**

### **Решение варианта 3**

1 – Г; 2 – В; 3 – Д; 4 – Б; 5 – А.

1 – Г: ламантин и слон - близкие родственники, относящиеся к таксону полукопытных; 2 – В: богомол и таракан принадлежат к одному надотряду тараканообразных; 3 – Д: кашалот и бегемот принадлежат к отряду китопарнокопытных; 4 – Б: куница и ушастый тюлень относятся к отряду хищные; 5 – А: пчела и муравей относятся к насекомым, отряду перепончатокрылые.

### **Вариант 4**





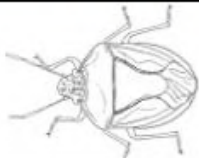

В современном мире таксономия строится на принципах филогенетики, где классификация организмов основана с учётом их общего происхождения и эволюционных связей, объединяя их в монофилетические группы. Развитие молекулярной генетики и филогенетики привело к переоценке многих таксономических групп в биологии,

предоставляя более точные данные о том, кто кому приходится родственником. В таблице представлены примеры животных.

**Выберите животных из первого столбца и найдите им пару из второго, так чтобы они, согласно современным филогенетическим данным, были наиболее близкими родственниками. (По 3 балла за каждое правильное соответствие.)**

Часть пар может быть представлена, как текст – картинка, часть как картинка – картинка, но это необязательно. Конечно же, не стоит исключать, что животное из первого столбца пары не имеет.

*Пример записи решения: 1 – Б*

1.	водяной скорпион	А.	
2.		Б.	
3.	клещ	В.	
4.	кашалот	Г.	
5.	куница	Д.	

**Всего – 15 баллов**

## Решение варианта 4

1 – Г; 2 – В; 3 – Б; 4 – Д; 5 – А.



1 – Г: Водяной скорпион (он же водный хищный клоп), как и его наземный родственник клоп-щитник, принадлежат к отряду клопов; 2 – В: ламантин и трубкозуб являются дальними родственниками из надотряда афротериев; 3 – Б: Клещ и скорпион - паукообразные; 4 – Д: кашалот и бегемот принадлежат к отряду китопарнокопытных; 5 – А: куница и ушастый тюлень относятся к отряду хищные.