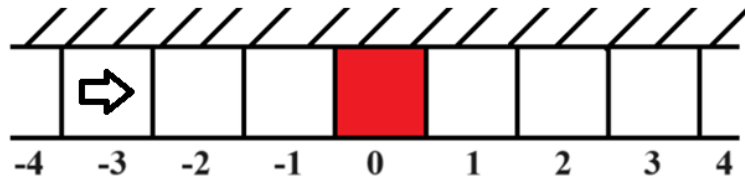


№1 (10 баллов) Вдоль стены в одну линию выложи квадратные плитки одинакового размера. Толщина линии — одна плитка. Среди всех плиток есть одна красная, остальные — белые. Красная плитка расположена так, что слева и справа от неё находится одинаковое число плиток.

В момент старта робот ориентирован строго вправо (см. Схему). Стрелка на схеме обозначает первоначальное положение и ориентацию робота. Робот может двигаться вперёд и назад вдоль стенки по плиткам. Перемещаясь на одну плитку, робот останавливается в центре соседней.



Схема

Робот выполнил программу:

*Начало*

*Повторить 3 раза*

*Вперёд на 5 плиток*

*Назад на 2 плитки*

*Конец Повторить*

*Вперёд на 4 плитки*

*Повторить 3 раза*

*Назад на 4 плитки*

*Назад на 1 плитку*

*Конец Повторить*

*Конец*

Определите, на какой плитке окажется робот после окончания работы программы. Укажите положение робота относительно красной плитки. Ответ дайте в виде целого числа. Гарантируется, что в процессе выполнения программы робот всегда будет двигаться по плиткам.

*Справка*

*Если после выполнения программы робот окажется на красной плитке, то запишите 0, если робот будет правее красной плитки, то запишите номер плитки, на которой находится робот (например 1), если робот находится левее красной плитки, то запишите номер плитки со знаком минус, (например -1).*

**10 баллов за полностью верный ответ**

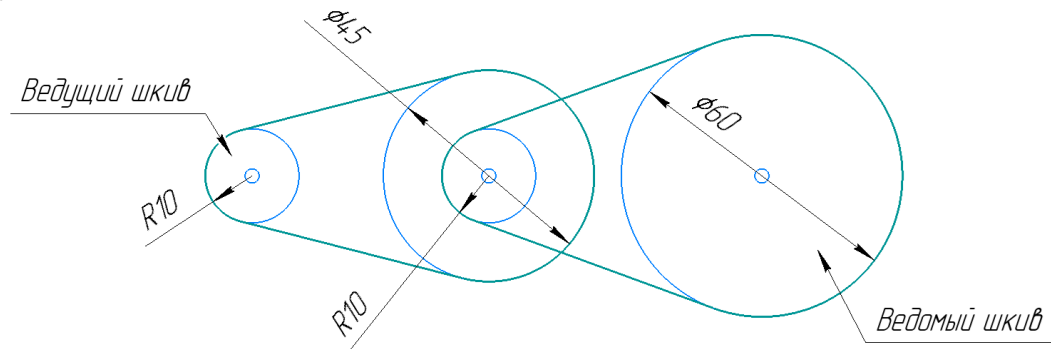
Ответ: -5

Решение

Программа состоит из трёх частей — из цикла, из линейной части и из ещё одного цикла. Посчитаем положение робота, при этом проезд вперёд можно заменить на сложение, проезд назад - на вычитание, а цикл можно заменить на умножение:  $-3+3*(5-2)+4+3*(-4-1)=-3+9+4-15=-5$

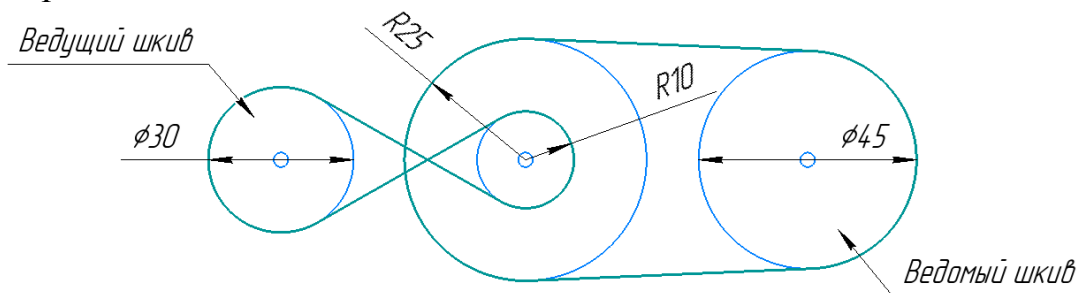


№2 (15 баллов) С помощью четырёх шкивов и двух ремней собрали первую двухступенчатую ремённую передачу (См. Ремённая передача №1). Ось мотора, на которой находится ведущий шкив первой передачи, совершает 135 оборотов за одну минуту.



Ремённая передача №1

С помощью четырёх шкивов и двух ремней собрали вторую двухступенчатую ремённую передачу (См. Ремённая передача №2). Ведомые шкивы обеих передач подсоединили к одной ведомой оси.



Ремённая передача №2

Определите, сколько оборотов в минуту должна совершать ось мотора, на которой находится ведущий шкив второй передачи, чтобы ведомые шкивы совершали одинаковое число оборотов в минуту. Ответ дайте в оборотах в минуту.

**15 баллов за полностью верный ответ**

Ответ: 12

Решение

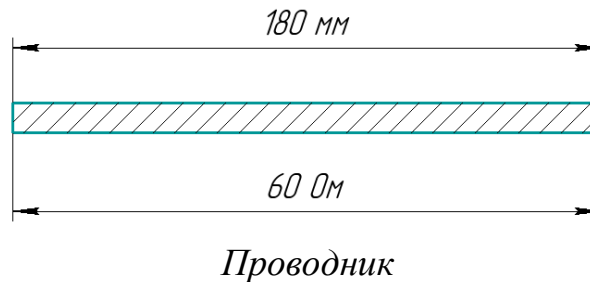
Определим, сколько оборотов сделает ведомый шкив за минуту:

$$135 \cdot (10 \cdot 2 / 45) \cdot (10 \cdot 2 / 60) = 20 \text{ (об./мин.)}$$

Определим, сколько оборотов в минуту должен совершать ведущий шкив второй передачи:

$$20 : (30 / (2 \cdot 10)) \cdot (25 \cdot 2 / 45) = 12 \text{ (об./мин.)}$$

№3 (15 баллов) На части какой длины нужно разделить длинный цилиндрический проводник (См. Проводник), чтобы при параллельном соединении всех этих частей получилось сопротивление  $r=5$  Ом. Считайте, что масса равномерно распределена по всему объёму проводника, и что он создан из одного материала. Ответ дайте в сантиметрах.



**15 баллов за полностью верный ответ**

Ответ: 1,5

Решение

$$180 \text{ мм} = 18 \text{ см}$$

Пусть  $N$  число равных кусков, тогда сопротивление одной части будет равно:  $60/N$

При параллельном соединении  $N$  проводников, их общее сопротивление будет равно:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = \frac{N}{R}$$

Тогда  $N$  будет равно:

$$N = R/r = 60/5 = 12 \text{ частей}$$

Тогда длина одного проводника будет равна:

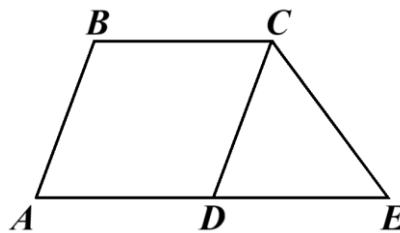
$$18:12 = 1,5 \text{ см}$$

№4 (15 баллов) Робот движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (См. Рисунок) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс. Известно, что точки А, D, Е лежат на одной прямой,  $DC=DE$ ,  $ABCD$  - параллелограмм,  $\angle A=80^\circ$ . Все повороты робот должен совершать на месте. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу. **Робот не может ехать назад.** Определите минимальный суммарный угол поворота робота при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

### Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Так как робот не может ехать назад, то угол поворота робота равен углу, дополняющему угол многоугольника до  $180^\circ$ .



Рисунок

**15 баллов за полностью верный ответ**

Ответ:410

### Решение

Так как  $ABCD$  - параллелограмм, то  $\angle A=\angle C=80^\circ$ ,  $\angle B=\angle D=100^\circ$ ,  $BC\parallel AE$ . Так как  $BC\parallel AE$ , то  $\angle BCD=\angle CDE=80^\circ$ . Так как  $DC=DE$ , то  $DCE$  - равнобедренный треугольник, а, значит,  $\angle DCE=\angle CED=(180^\circ-80^\circ)/2=50^\circ$ .

Представим фигуру, нарисованную роботом, как граф, вершины фигуры как вершины графа, а отрезки - как рёбра графа. Назовём степенью вершины графа количество рёбер, выходящих из неё. Отметим, что у вершин D и C - нечётная степень вершины (степень равна 3), а у остальных вершин - чётные степени. Значит, по теореме Эйлера, чтобы начертить данную фигуру одним росчерком пера, надо начинать в одной из вершин с нечётной степенью, а закончить во второй вершине нечетной степени.

Нам выгоднее проехать один раз вершину D насквозь, то есть A-D-E. При старте в вершине D нужно ехать в сторону точки C. В вершине C выгоднее повернуть так, чтобы угол поворота был минимален, то есть выгоднее ехать в сторону вершины B. Тогда получим, что робот должен проехать по траектории D-C-B-A-D-E-C.

При проезде в обратном направлении по данным точкам (C-E-D-A-B-C-D), получим тот же суммарный угол поворота.

Посчитаем минимальный суммарный угол поворота робота:

$$180^\circ-80^\circ+180^\circ-100^\circ+180^\circ-80^\circ+180^\circ-50^\circ=410^\circ$$

№5 (20 баллов) Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на  $10^\circ$ , то робот проедет вперёд прямо.

Робот оснащён двумя колёсами диаметра 15 см. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Ширина колеи робота равна 30 см. Посередине между колёс закреплён маркер, с помощью которого робот наносит изображение на поверхность полигона.

Робот последовательно выполнил следующие действия:

- 1) оба мотора одновременно повернулись на  $1440^\circ$ ;
- 2) поворот вокруг колеса В на  $270^\circ$  вперёд;
- 3) оба мотора одновременно повернулись на  $1080^\circ$ ;
- 4) танковый поворот на  $90^\circ$  вперёд;
- 5) оба мотора одновременно повернулись на  $1800^\circ$ ;

Определите длину линии, нарисованную маркером. Ответ дайте в дециметрах с точностью до десятых. Примите  $\pi \approx 3,14$ .

**20 баллов за полностью верный ответ**

Ответ: 63,6

Решение

30 см = 3 дм

Длина окружности колеса:

$$15 \cdot \pi = 15\pi \text{ см} = 1,5\pi \text{ дм}$$

Робот совершил три проезда прямо. Определим расстояние, на которое он проехал:

$$1,5\pi \cdot (1800 + 1440 + 1080) : 360 = 12 \cdot 1,5\pi = 18\pi \text{ (об.)}$$

Танковый поворот при данном положении маркера не привнесёт в линию никаких элементов.

Поворот вокруг колеса добавит три четверти окружности радиуса, равного половины колеи:

$$\pi \cdot 3 \cdot 270^\circ / 360^\circ = 2,25\pi \text{ (дм)}$$

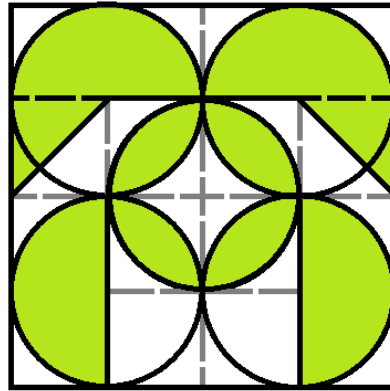
Длина кривой равна:

$$18\pi + 2,25\pi = 20,25\pi = 63,585 \text{ дм}$$

$$63,585 \text{ дм} \approx 63,6 \text{ дм}$$

№6 (25 баллов) Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.

Изображение составлена из квадрата, нескольких отрезков и пяти равных окружностей. Длина стороны квадрата равна 1 м 2 дм. Известно, что пятая окружность вписана в квадрат, вершины которого совпадают с центрами остальных четырёх окружностей. Изображение, нанесённое роботом, раскрасили зелёной краской как показано на рисунке (См. *Рисунок*).



*Рисунок*

Определите, чему равна площадь закрашенной области. Ответ дайте в квадратных дециметрах, приведя результат с точностью до целых. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ . Округление стоит производить только при получении финального ответа.

**25 баллов за полностью верный ответ**

Ответ: 86 дм<sup>2</sup>.

Решение

1 м 2 дм = 120 см

Фигура состоит из четырёх половин кругов равного радиуса, двух равных треугольников и четырёх «лепестков». Определим площади каждого из элементов.

Из двух полукругов одинакового радиуса можно составить один целый круг. Значит, из четырёх полукругов одного радиуса можно собрать два круга.

Диаметр каждой из пяти окружностей равен половине стороны большего квадрата:

$$120:2=60(\text{см})$$

Тогда площадь одного круга будет равна:

$$\pi \cdot (60:2)^2 = 900\pi(\text{см}^2)$$

Сторона прямоугольного равнобедренного треугольника равна:

$$(120:2):2=30(\text{см})$$

Из двух равных прямоугольных равнобедренных треугольников с одинаковой длиной боковой стороны можно составить один квадрат. Площадь данного квадрата будет равна:

$$30 \cdot 30 = 900(\text{см}^2)$$

Площадь четырёх одинаковых «лепестков» можно посчитать следующим образом:

$$\pi \cdot (60:2)^2 - (60 \cdot 60 - \pi \cdot (60:2)^2) = 900\pi + 900\pi - 3600 = 1800\pi - 3600 (\text{см}^2)$$

Суммарная площадь фигуры, покрашенной зеленой краской, равна:

$$2 \cdot 900\pi + 900 + 1800\pi - 3600 = 3600\pi - 2700 \approx 3600 \cdot 3,14 - 2700 = 8604 (\text{см}^2)$$

$$8604 \text{ см}^2 = 86,04 \text{ дм}^2 \approx 86 \text{ дм}^2$$

**Максимальный балл за работу равен 100 баллам**