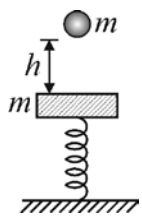


Олимпиада Ломоносов – Физика 2025 год. Решения заданий 1.1

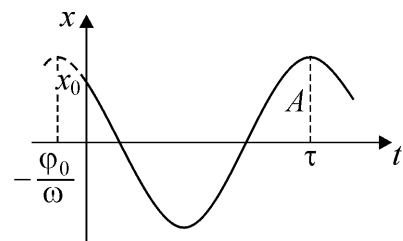
1.1.1. Задача. Брусок массой m прикреплен к одному из концов пружины, другой конец которой закреплен на неподвижном столе, причем пружина располагается вертикально, а брусок – горизонтально (см. рисунок). С высоты $h = 20$ см на брусок падает из состояния покоя пластилиновый шарик массой m и прилипает к бруску, после чего брусок вместе с шариком начинают совершать гармонические колебания с круговой частотой $\omega = 5$ рад/с. Через какое время τ после удара брусок в первый раз поднимется на максимальную высоту? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



1.1.1. Решение. Совместим начало системы координат с положением равновесия бруска с прилипшим к нему пластилиновым шариком, координатную ось Ox направим вертикально вверх.

В положении равновесия бруска пружина сжата величину $\Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, а в положении равновесия бруска с шариком – сжата на величину $\Delta x_2 = \frac{2mg}{k}$. Таким образом, в выбранной системе

начальная координата бруска с шариком $x_0 = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, где k – жесткость пружины, g – ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии модуль скорости шарика перед ударом о брусок $u_0 = \sqrt{2gh}$. По закону сохранения импульса модуль скорости бруска с шариком сразу после соударения $v_0 = \frac{u_0}{2}$. Уравнение свободных колебаний бруска с шариком на пружине



и начальные условия имеют вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0 = \frac{mg}{k}$,

$\dot{x}(0) = -v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$. Решение этого уравнения $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$,

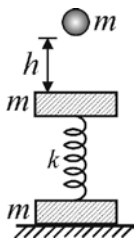
где $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}$ – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ – круговая

частота, $\varphi_0 = \arctg\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctg\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right) = \arctg\left(\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$ – начальная фаза. Координата бруска с

шариком принимает в первый раз максимальное значение при условии, что $\omega t + \varphi_0 = 2\pi$. Отсюда

$$\tau = \frac{1}{\omega}(2\pi - \varphi_0) = \frac{1}{\omega}\left(2\pi - \arctg\left(\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)\right). \quad \text{Ответ: } \tau = \frac{1}{\omega}\left(2\pi - \arctg\left(\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)\right) = \frac{7}{20}\pi \approx 1,1 \text{ с.}$$

1.1.2. Задача. Два одинаковых бруска массой $m = 100$ г каждый, скрепленные пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м, поместили на неподвижный горизонтальный стол так, что бруски оказались друг под другом, а пружина расположилась вертикально (см. рисунок). С какой максимальной высоты h_{\max} можно уронить на верхний брусок пластилиновый шарик массой m , чтобы колебания бруска с прилипшим к нему пластилином были гармоническими? Считайте, что пружина при колебаниях бруска не сжимается полностью и во всем диапазоне деформаций подчиняется закону Гука. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



1.1.2. Решение. Колебания верхнего бруска будут оставаться гармоническими до тех пор, пока нижний брусок не начнет отрываться от стола. Для описания движения брусков совместим начало системы координат с положением равновесия верхнего бруска с прилипшим к нему пластилиновым шариком, координатную ось Ox направим вертикально вверх. В положении равновесия верхнего бруска пружина сжата величину $\Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, а в положении равновесия этого

бруска с шариком – сжата на величину $\Delta x_2 = \frac{2mg}{k}$. Таким образом, в выбранной системе

начальная координата бруска с шариком $x_0 = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, где k – жесткость пружины, g – ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии модуль скорости шарика перед ударом о брусок $u_0 = \sqrt{2gh}$. По закону сохранения импульса модуль скорости бруска с шариком сразу после соударения $v_0 = \frac{u_0}{2}$. Уравнение свободных колебаний бруска с шариком на пружине

и начальные условия имеют вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0 = \frac{mg}{k}$, $\dot{x}(0) = -v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$. Решение этого

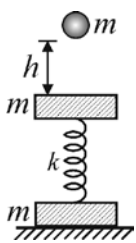
уравнения $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, где $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}$ – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ –

круговая частота, $\varphi_0 = \arctg\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctg\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$ – начальная фаза. Нижний брусок начнет

отрываться от стола, когда сила упругости растянутой пружины, направленная вверх, превысит силу тяжести, действующую на брусок, т.е. при выполнении условия $k\Delta x \geq mg$, где $\Delta x = A - \Delta x_2$ – растяжение пружины. С учетом записанных выше соотношений это условие принимает вид:

$A \geq \frac{3mg}{k}$, или $h \geq \frac{8mg}{k}$. **Ответ:** $h_{\max} = \frac{8mg}{k} = 8$ см.

1.1.3. Задача. Два одинаковых бруска массой $m = 100$ г каждый, скрепленные пружиной, поместили на неподвижный горизонтальный стол так, что бруски оказались друг под другом, а пружина расположилась вертикально (см. рисунок). Чему равна жесткость пружины k , если максимальная высота, с которой можно уронить на верхний брусок пластилиновый шарик массой m , при которой колебания бруска с прилипшим к нему пластилином будут гармоническими, равна $h_{\max} = 8$ см? Считайте, что пружина при колебаниях бруска не сжимается полностью и во всем диапазоне деформаций подчиняется закону Гука. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



1.1.3. Решение. Колебания верхнего бруска будут оставаться гармоническими до тех пор, пока нижний брусок не начнет отрываться от стола. Для описания движения брусков совместим начало системы координат с положением равновесия верхнего бруска с прилипшим к нему пластилиновым шариком, координатную ось Ox направим вертикально вверх. В положении равновесия верхнего бруска пружина сжата величину $\Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, а в положении равновесия этого

бруска с шариком – сжата на величину $\Delta x_2 = \frac{2mg}{k}$. Таким образом, в выбранной системе

начальная координата бруска с шариком $x_0 = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$, где k – жесткость пружины, g – ускорение свободного падения. По закону сохранения энергии модуль скорости шарика перед ударом о брусок $u_0 = \sqrt{2gh}$. По закону сохранения импульса модуль скорости бруска с шариком сразу после соударения $v_0 = \frac{u_0}{2}$. Уравнение свободных колебаний бруска с шариком на пружине

и начальные условия имеют вид: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0 = \frac{mg}{k}$, $\dot{x}(0) = -v_0 = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$. Решение этого

уравнения $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, где $A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2}$ – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$ –

круговая частота, $\varphi_0 = \arctg\left(-\frac{\dot{x}(0)}{\omega x(0)}\right) = \arctg\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$ – начальная фаза. Нижний брусок начнет

отрываться от стола, когда сила упругости растянутой пружины, направленная вверх, превысит силу тяжести, действующую на брусок, т.е. при выполнении условия $k\Delta x \geq mg$, где $\Delta x = A - \Delta x_2$ – растяжение пружины. С учетом записанных выше соотношений это условие принимает вид:

$A \geq \frac{3mg}{k}$, или $h \geq \frac{8mg}{k}$. **Ответ:** $k = \frac{8mg}{h_{\max}} = 100$ Н/м.